



Instytut Mechaniki i Inżynierii Obliczeniowej
Wydział Mechaniczny Technologiczny
Politechnika Śląska



www.imio.polsl.pl



fb.com/imiopolsl



twitter.com/imiopolsl

LABORATORIUM WYTRZYMAŁOŚCI MATERIAŁÓW

Analiza stanu naprężenia metodą elastooptyczną

1. CEL ĆWICZENIA

- ♦ Zapoznanie się z budową polaryskopu elastoptycznego.
- ♦ Zapoznanie się z elastoptyczną metodą badań modelowych na przykładzie modelu płaskownika poddanego rozciąganiu.
- ♦ Określenie elastoptycznej stałej modelowej.
- ♦ Określenie naprężeń krawędziowych w przekroju pręta osłabionego otworem.
- ♦ Określenie współczynnika kształtu

2. WPROWADZENIE DO ĆWICZENIA

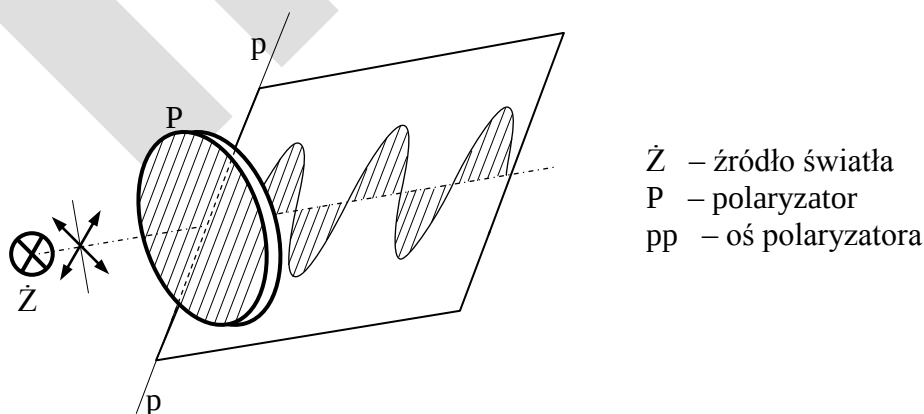
Do jednej z doświadczalnych metod analizy stanu naprężenia należy metoda elastoptyczna. Metoda ta oparta jest na pewnych zjawiskach optycznych zachodzących w niektórych ciałach przezroczystych, takich jak: szkło, żywice poliestrowe, itp., które wykazują dwójłomność wymuszoną.

Z ciała wykazującego te własności wykonuje się model badanego elementu, poddaje obciążeniu, a następnie na podstawie odpowiednich praw wnioskuje się o stanie naprężenia w rzeczywistym elemencie konstrukcji. Prześwietlając przezroczysty i obciążony model wiązką światła spolaryzowanego na ekranie polaryskopu otrzymuje się obraz modelu pokryty układem jasnych i ciemnych prążków. Znajomość rozkładu tych prążków pozwala na określenie stanu naprężenia powstałego w modelu. Przy określaniu pola naprężeń metodami optycznymi traktuje się światło jako falę poprzeczną o określonej długości i określonej częstotliwości.

3. PODSTAWY TEORETYCZNE

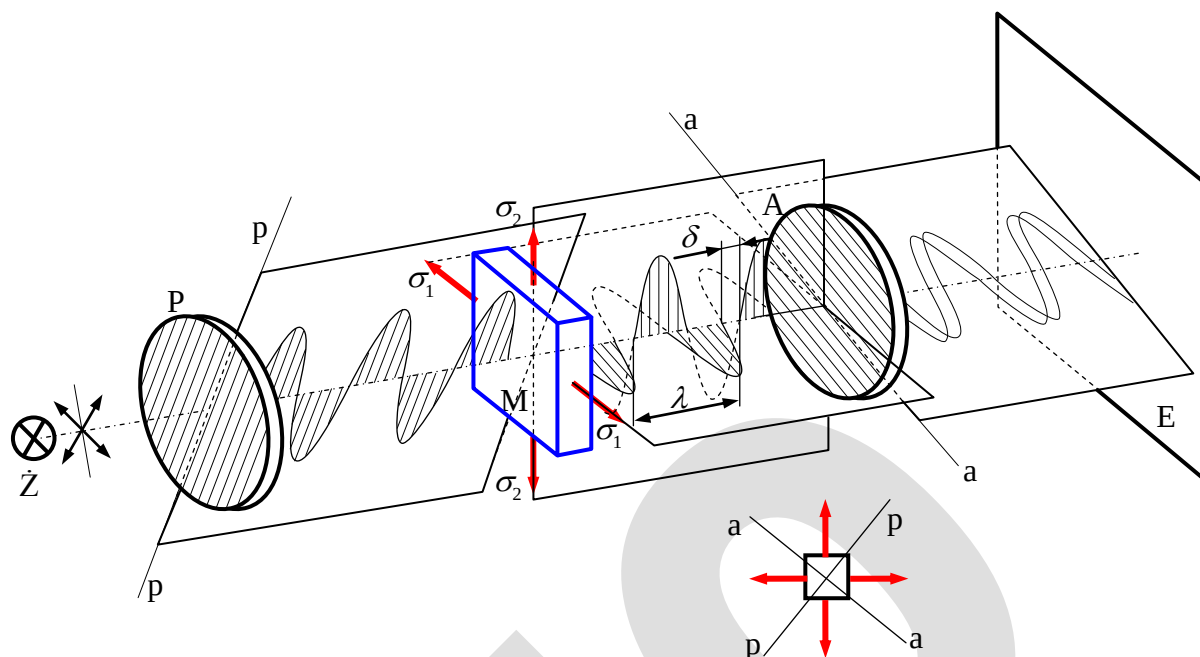
3.1 Polaryzacja, dwójłomność wymuszona

Polaryzacja światła polega na uporządkowaniu drgań promieni świetlnych. Polaryzacja polegająca na sprowadzeniu drgań promieni świetlnych do jednej płaszczyzny (po przejściu przez płytkę zwaną polaryzatorem) nosi nazwę *polaryzacji liniowej* (rys. 1).



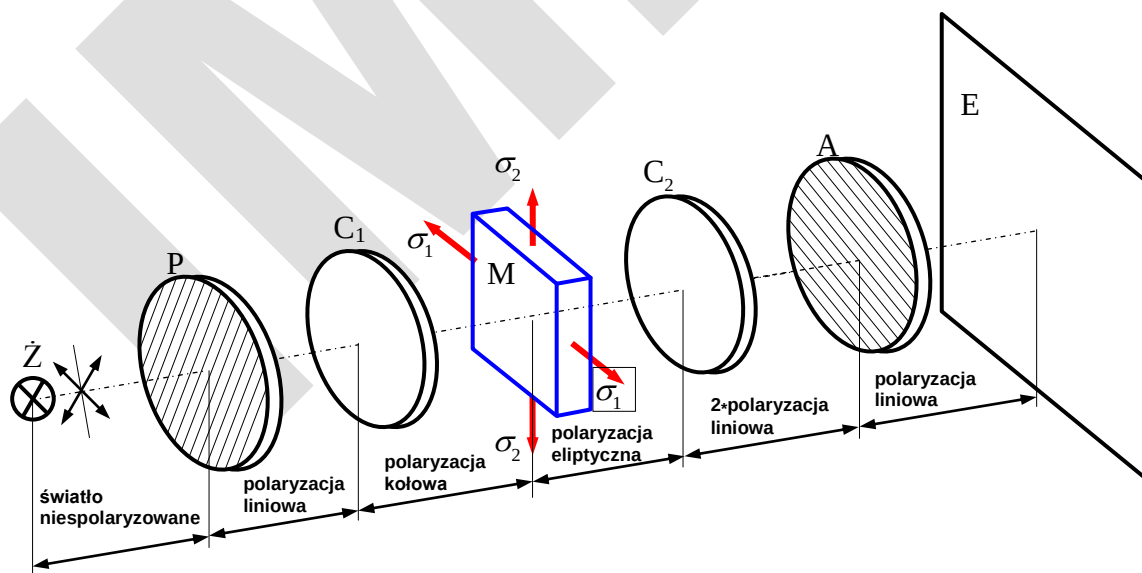
Rys. 1. Polaryzacja liniowa

Polaryskop liniowy składa się: ze źródła światła $\dot{Z}$, z polaryzatora P, analizatora A (będącego drugim polaryzatorem) i zespołu rejestrującego E. Ponadto pomiędzy polaryzatorem a analizatorem umieszczany jest badany model M (rys. 2).



Rys. 2. Działanie polaryskopu liniowego

Przez wprowadzenie do układu optycznego ćwierćfalówek C_1 i C_2 uzyskuje się światło *spolaryzowane kołowo*, nie mające uprzywilejowanego kierunku (płaszczyzny) drgań (rys. 3). W przypadku polaryzacji kołowej drgania promienia świetlnego zachodzą w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach. Amplitudy drgań są jednakowe. Jeżeli amplitudy drgań są różne, to mówi się o *polaryzacji eliptycznej*.

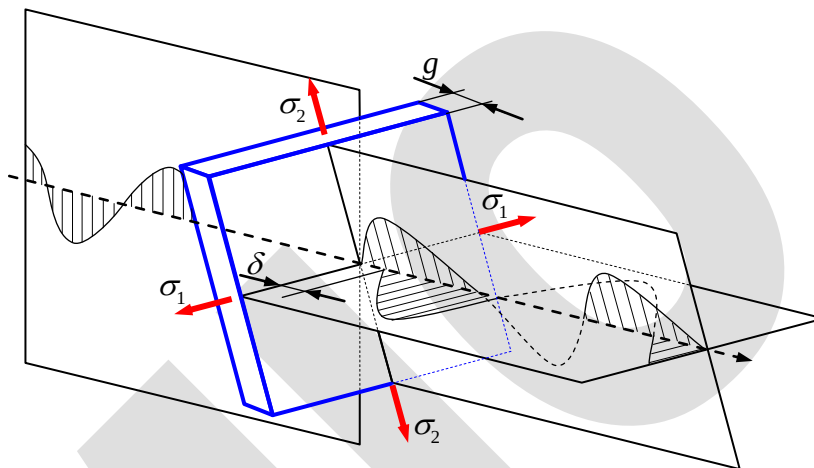


Rys. 3. Działanie polaryskopu kołowego

Promień świetlny liniowo spolaryzowany po przejściu przez ćwierćfalówkę C_1 zostaje rozszczepiony na dwa promienie drgające w dwóch prostopadłych płaszczyznach. Po przejściu przez model M promienie świetlne zostają spolaryzowane eliptycznie. Ponieważ drgania eliptyczne można przedstawić w postaci sumy dwóch drgań spolaryzowanych kołowo, otrzymuje się po przepuszczeniu promieni przez następną ćwierćfalówkę C_2 drgania spolaryzowane liniowo w dwóch prostopadłych do siebie kierunkach.

Ustawiony odpowiednio analizator A sprowadza te drgania do jednej płaszczyzny i w efekcie otrzymuje się polaryzację liniową. Ten rodzaj polaryzacji powoduje znikanie we wzorze (6) czynnika $\sin^2 \alpha$ i w efekcie na ekranie widać tylko obraz izochrom (nie występują izokliny).

Dwójłomność wymuszona jest zjawiskiem zachodzącym w niektórych materiałach przezroczystych pod wpływem obciążenia. Promień światła spolaryzowanego padający prostopadłe na płytkę płasko-równoległą zostaje rozszczepiony na dwa promienie przesunięte w fazie, których drgania zachodzą w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach. Zachodzi to tylko w przypadku obciążenia układu i powstania naprężeń w płytce. Wartość przesunięcia jest proporcjonalna do różnicy naprężeń głównych w płytce. W przypadku braku naprężeń (obciążeń) przesunięcie nie występuje. Ilustrację tego zjawiska przedstawia rys. 4.



Rys. 4. Dwójłomność wymuszona

3.2 Zasady elastooptycznych pomiarów naprężeń

Nieuporządkowane drgania promieni świetlnych wychodzących ze źródła światła Z po przejściu przez polaryzator zostają sprowadzone do jednej płaszczyzny, tzw. płaszczyzny polaryzacji (rys. 6.2). Spolaryzowana wiązka światła pada następnie na model M ustawiony prostopadłe do kierunku biegu promieni i rozszczepia się w każdym punkcie modelu na dwa spolaryzowane promienie składowe. Płaszczyzny drgań tych promieni są do siebie prostopadłe i zgodne z kierunkami naprężeń głównych σ_1 i σ_2 w danym punkcie modelu. Promienie składowe przebiegają przez model z różnymi prędkościami V_1 i V_2 , co w wyniku daje ich przesunięcie liniowe δ , które zachowują po opuszczeniu płytki modelowej, biegnąc z jednakową prędkością V .

Doświadczalnie wykazano, że różnica prędkości rozszczepionych promieni spolaryzowanej wiązki światła jest proporcjonalna do różnicy naprężeń głównych w danym punkcie modelu.

$$V_1 - V_2 = C(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1)$$

Odpowiadające przesunięcie liniowe δ wzrasta z grubością g modelu:

$$\delta = Cg(\sigma_1 - \sigma_2), \quad (2)$$

gdzie:

C – stała elastoptyczna materiału modelu [cm/N];

g – grubość ścianki modelu [cm].

Przesunięcie liniowe promieni świetlnych wyraża się najczęściej wielokrotnością długości fali świetlnej λ :

$$\delta = m\lambda \quad (3)$$

Podstawiając związek (3) do (2) otrzymuje się podstawowe równanie elastoptyki:

$$m = C \frac{g}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (4)$$

lub

$$\sigma_1 - \sigma_2 = mk_g, \quad (5)$$

gdzie:

$k_g = \frac{\lambda}{gC}$ – elastoptyczna stała modelowa;

m – rząd izochromy.

Jeśli teraz wychodzące z danego punktu modelu wiązki promieni świetlnych przepuści się przez analizator A, którego oś tworzy kąt prosty z osią polaryzatora P, to promienie składowe zostaną sprowadzone do jednej płaszczyzny, interferując ze sobą przy zachowaniu stałego przesunięcia liniowego δ . Wartość tego przesunięcia nie jest jednakowa dla wszystkich punktów modelu ze względu na różne na ogół wartości naprężeń σ_1 i σ_2 w różnych punktach. Ponieważ natężenie światła opuszczającego model jest równe:

$$I = I_0 \sin^2 2\alpha \sin^2 m\pi, \quad (6)$$

gdzie: I_0 – natężenie światła padającego na model.

to na ekranie otrzymamy układ jasnych i ciemnych prążków o jasności zależnej od przesunięcia liniowego δ i kąta α nachylenia osi polaryzacji do kierunku naprężenia normalnego głównego.

Całkowite wygaszenie promieni ($I = 0$) następuje wówczas, gdy jeden z kierunków naprężeń głównych pokryje się z płaszczyzną drgań promieni spolaryzowanych, tzn., gdy $\alpha = 0, \pi/2, \pi, \dots$ lub gdy przesunięcie liniowe δ będzie równe całkowitej wielokrotności długości fali świetlnej, czyli $m = 0, 1, 2, \dots$

Analizując obraz otrzymany na ekranie rozróżniamy dwa typowe rodzaje prążków interferencyjnych, które wyznaczają pewne wielkości charakteryzujące stan naprężenia w modelu. Jeden rodzaj prążków określa miejsca geometryczne punktów, w których $(\sigma_1 - \sigma_2) = \text{const.}$ Z zależności (6) wynika, że przypadek ten zachodzi dla $\sin m\pi = 0$, czyli dla $m = 0, 1, 2, \dots$ Ponieważ $(\sigma_1 - \sigma_2) = 2\tau_{\max}$, to prążki te są miejscami geometrycznymi punktów o jednakowych wartościach naprężeń stycznych. Dla światła monochromatycznego prążki te stanowią ciemne linie, natomiast w świetle białym są liniami o jednakowej barwie, stąd pochodzi ich nazwa – *izochromy*.

Drugi rodzaj prążków interferencyjnych, zwanych *izoklinami*, określa miejsca geometryczne tych punktów modelu, w których kierunki naprężeń głównych pokrywają się z osiami analizatora i polaryzatora. Ze wzoru (6) wynika, że przypadek ten występuje, gdy $\sin 2\alpha = 0$, czyli $\alpha = n\pi/2$ dla $n = 0, 1, 2, \dots$

Kąt, jaki tworzy oś optyczna polaryzatora z osią układu odniesienia, nazywamy *parametrem izokliny*. Aby znaleźć kierunki naprężeń głównych w każdym punkcie modelu należy rejestrować izokliny zmieniając każdorazowo parametr izokliny w granicach od 0° do 90° .

Biorąc pod uwagę, że $m\pi$ nie zależy od kąta α , jednoczesny obrót polaryzatora i analizatora nie powoduje zmiany położenia izochrom, a jedynie przemieszczenie izoklin. Przy świetle białym izokliny są widoczne jako ciemne linie na tle barwnych izochrom, ponieważ wygaszanie

promienia świetlnego zależy tylko od orientacji kierunków głównych. Znajomość izoklin pozwala wykreślić *trajektorie naprężeń głównych*, czyli linie wzajemnie ortogonalne, mające tę własność, że styczne do nich w dowolnym punkcie wyznaczają kierunki naprężeń głównych.

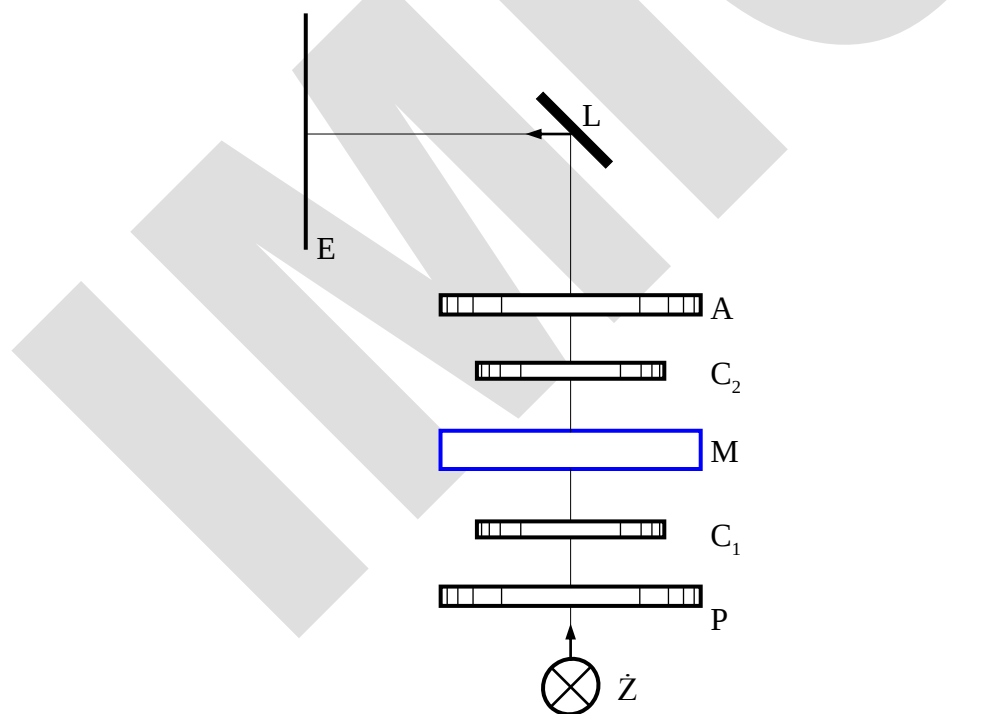
3.3 Aparatura pomiarowa

Polaryskop optyczny zastosowany w ćwiczeniu działa z wykorzystaniem źródła światła zainstalowanego w rzutniku pisma. Zestaw optyczny nakładany jest na stolik rzutnika. Zasadniczymi częściami polaryskopu elastooptycznego przedstawionego na rys. 5 są:

- układ optyczny;
- urządzenie obciążające;
- zespół rejestrujący.

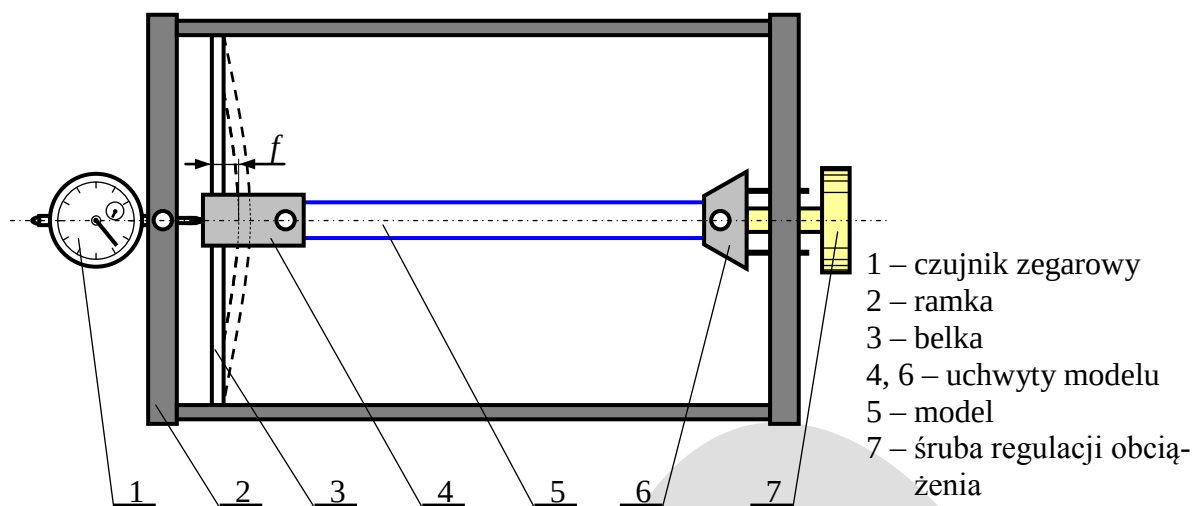
W skład układu optycznego wchodzi:

- źródło światła Z;
- polaryzator P;
- ćwierćfalówki C_1 i C_2 ;
- analizator A;
- lustro L;
- zespół rejestrujący E.



Rys. 5. Schemat układu pomiarowego

Zespół rejestrujący E stanowi tu ekran, na którym można obserwować izochromy i izokliny. Istnieje możliwość kreślenia tych linii np. za pomocą ołówka na kalce. Urządzenie obciążające (rys. 6) ma zapewnić realizację wymaganych warunków zamocowania i obciążenia badanego modelu.



Rys. 6. Urządzenie obciążające

3.4 Wyznaczanie elastooptycznej stałej modelowej

Elastooptyczną stałą modelową wyznacza się z podstawowego równania elastooptyki:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = mk_g \quad (7)$$

poddając jednoosiowemu rozciąganiu siłą P pręt o stałym przekroju A . W każdym punkcie pręta, zgodnie z teorią pręta rozciąganego, wystąpią jednakowe naprężenia σ_1 ($\sigma_2 = 0$), co daje na ekranie obraz izochrom w postaci jednobarwnego obszaru, wypełniający cały kontur pręta. Zwiększając siłę rozciągającą powoduje się wzrost rzędu izochromy m . Kolejne jednolite barwy wystąpią przy $m = 1, 2, 3, \dots$

Dla kolejnych wartości m_i określa się elastooptyczną stałą modelową k_{gi} , a następnie wyznacza się wartość średnią:

$$k_g = \frac{1}{n_i} \sum_{i=1}^n k_{gi} = \frac{1}{n_i} \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{Am_i}, \quad (8)$$

gdzie:

$$\frac{P_i}{A} = \sigma_{1i} \quad (9)$$

Wyznaczona wartość elastooptycznej stałej modelowej jest (przy niezmiennym źródle światła) taka sama dla wszystkich modeli pręta rozciąganego, wykonanych z tego samego materiału i posiadających tę samą grubość. Mając elastooptyczną stałą modelową k_g , można wyznaczyć elastooptyczną stałą materiałową:

$$k = k_g g \quad (10)$$

3.5 Wyznaczanie naprężeń na brzegu otworu i na krawędzi pręta

Na swobodnym brzegu otworu, jak też na zewnętrznej krawędzi pręta jedno z naprężeń głównych jest równe zero. Gdy przy danym obciążeniu w jednym z punktów na swobodnym brzegu rząd izochromy wynosi m oraz $\sigma_2 = 0$, wówczas naprężenie σ_1 wyniesie:

$$\sigma_1 = mk_g \quad (11)$$

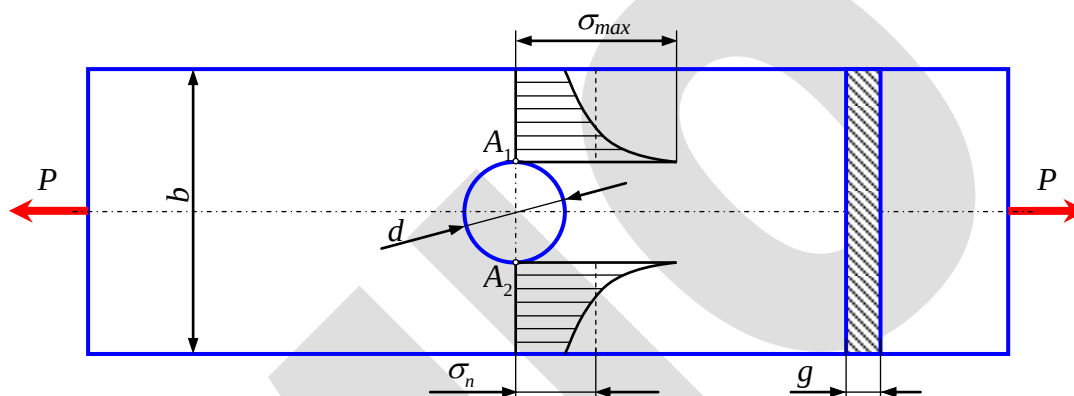
3.6 Wyznaczanie współczynnika kształtu dla przekroju pręta osłabionego otworem kołowym

Współczynnik kształtu wyraża stosunek maksymalnych naprężeń w danym przekroju do naprężeń nominalnych:

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} \quad (12)$$

Naprężenia nominalne są to naprężenia w przekroju osłabionym (rys. 6.7) określone jako iloraz siły i pola powierzchni osłabionego przekroju:

$$\sigma_n = \frac{P}{(b-d)g} \quad (13)$$



Rys. 0.7. Wyznaczanie wsp. kształtu dla przekroju osłabionego otworem kołowym

Naprężenia maksymalne wyznacza się określając rząd izochromy w punkcie A_1 lub A_2 i korzystając z podstawowego równania elastooptyki.

4. PRZEBIEG ĆWICZENIA

4.1 Wyznaczanie elastooptycznej stałej modelowej

Badany pręt (płaskownik) mocowany jest dwoma końcami w uchwytych urządzenia obciążającego (rys. 6.6). Jeden z uchwytów połączony jest ze śrubą, której odkręcenie wywołuje rozciąganie pręta. Drugi uchwyt połączony jest ze środkiem stalowej belki pełniącej rolę siłomierza. Siła rozciągająca badany pręt powoduje zginanie belki. Strzałka ugięcia f belki rejestrowana jest za pomocą czujnika zegarowego.

W ramach ćwiczenia należy:

1. Zmierzyć niezbędne do obliczeń wielkości i zamieścić je w tab. 1.
2. Włączyć źródło światła.
3. Ustawić polaryzator i analizator tak, aby ich osie były skrzyżowane pod kątem 90° .
4. Ustawić ćwierćfalówki tak, by tworzyły z osiami polaryzatora i analizatora kąty 45° .
5. Zamocować model w urządzeniu obciążającym.
6. Stopniowo obciążać model i odczytywać strzałki ugięcia dla kolejnych rzędów izochrom (kolejno kolory: żółty dla $m = 1$, czerwony dla $m = 2$, niebieski dla $m = 3$, żółty dla $m = 4$ itd.). Wyniki zamieścić w tab. 1.
7. Odciążyć model i wyłączyć źródło światła.

Tabela 1

Dł. belki między podporami (l) [mm]		Szerokość płaskownika (a) [mm]	
Wysokość belki (h) [mm]		Grubość płaskownika (b) [mm]	
Szerokość belki (b) [mm]			
Rząd izochromy	Strzałka ugięcia f [mm]	Rząd izochromy	Strzałka ugięcia f [mm]
1		4	
2		5	
3		...	

4.2 Wyznaczanie naprężeń na nieobciążonym brzegu modelu

Badany model (modele) jest mocowany w urządzeniu obciążającym (rys. 6) i poddany rozciąganiu dowolną siłą. Czujnik do pomiaru strzałki ugięcia nie jest używany w tej części ćwiczenia.

W ramach ćwiczenia należy dla każdego badanego modelu:

1. Odrysować kontury modelu po przyłożeniu go do kartki papieru.
2. Zaznaczyć na rysunku punkty na nieobciążonym brzegu modelu wskazane przez prowadzącego ćwiczenie.
3. Włączyć źródło światła.
4. Zamocować model w urządzeniu obciążającym.
5. Określić rzędy izochrom i odpowiadające im kolory w podanych punktach. Wyniki zamieścić w tab. 2.
6. Odciażyć model i wyłączyć źródło światła.

Tabela 2

Punkt	Rząd izochromy	Kolor
1		
2		
...		

4.3 Wyznaczanie współczynnika kształtu

Badany model (modele) jest mocowany w urządzeniu obciążającym (rys. 6) i poddawany rozciąganiu. Strzałka ugięcia (niezbędna do określenia naprężeń nominalnych σ_n) jest mierzona za pomocą czujnika zegarowego.

W ramach ćwiczenia należy dla każdego badanego modelu:

1. Odrysować kontury modelu po przyłożeniu go do kartki papieru.
2. Włączyć źródło światła.
3. Zamocować model w urządzeniu obciążającym.
4. Obciążyć model i odczytać rzędy izochrom w interesujących punktach (na koncentracjach naprężeń w postaci otworów – np. punkt A_1 jak na rys. 7) oraz wartości strzałki ugięcia. Wyniki zamieścić w tab. 3.
5. Odciażyć model i wyłączyć źródło światła.

Tabela 3

Punkt	Rząd izochromy	Strzałka ugięcia
1		
2		
...		

5. OPRACOWANIE WYNIKÓW I WYTYCZNE DO SPRAWOZDANIA

Sprawozdanie powinno zawierać:

- I. Cel ćwiczenia
- II. Wstęp teoretyczny, a w nim:
 - 1 - definicje izochromy i izokliny,
 - 2 - istotę polaryzacji liniowej i kołowej,
 - 3 - schemat polaryskopu elastooptycznego z polaryzacją kołową.
- III. Schemat układu pomiarowego do wyznaczania stałej modelowej.
- IV. Wyprowadzenie zależności pomiędzy strzałką ugięcia f a siłą rozciągającą model P
- V. Część obliczeniową, w której należy:
 1. Wyznaczyć elastooptyczną stałą modelową.
 2. Obliczyć naprężenia w zadanych nieobciążonych punktach modelu.
 3. Obliczyć współczynnik (współczynniki) kształtu.
- VI. Wnioski z ćwiczenia.

6. PRZYKŁADOWE PYTANIA KONTROLNE

1. Jaki jest cel ćwiczenia?
2. Co to jest elastooptyka?
3. Jakie zjawisko optyczne wykorzystuje się w elastooptycznych badaniach modelowych i na czym ono polega?
4. Wyjaśnij znaczenie pojęć: izoklina, izochroma, dwójłomność wymuszona, polaryzacja liniowa, polaryzacja kołowa.
5. Podać zależności pomiędzy naprężeniami a rzędem izochromy. Omówić sposób wyrowadzania tego wzoru.
6. Jaka jest różnica pomiędzy elastooptyczną stałą modelową a elastooptyczną stałą materiałową? Omówić sposób ich wyznaczania.
7. Jak wyglądają izokliny a jak izochromy w przypadku polaryzacji liniowej i kołowej dla światła białego i monochromatycznego?
8. Narysować i omówić schemat liniowego i kołowego polaryskopu elastooptycznego.
9. Co to jest współczynnik kształtu i jak go wyznaczamy?

7. LITERATURA

1. Beluch W., Burczyński T., Fedeliński P., John A., Kokot G., Kuś W.: *Laboratorium z wytrzymałości materiałów*. Wyd. Politechniki Śląskiej, Skrypt nr 2285, Gliwice, 2002.
2. Bąk R., Burczyński T.: *Wytrzymałość materiałów z elementami ujęcia komputerowego*, WNT, Warszawa 2001.
3. Boruszak A., Sygulski R., Wrześniowski K.: *Wytrzymałość materiałów. Doświadczalne metody badań*, PWN, Warszawa 1984.
4. Dyląg Z., Jakubowicz A., Orłoś Z.: *Wytrzymałość materiałów*, t. I-II, WNT, Warszawa 1996-97.
5. Katarzyński S., Kocańda S., Zakrzewski M.: *Badanie własności mechanicznych metali*, PWT, Warszawa 1956.
6. Pindera J.T.: *Zarys elastooptyki*, PWT, Warszawa 1953.



PROTOKÓŁ Z ĆWICZENIA

ELASTOPTYCZNE BADANIA MODELOWE

Wydział: _____ Kierunek: _____ Grupa: _____ Sekcja: _____

Data wykonania ćwiczenia: _____

Prowadzący: _____ Podpis _____

1. Wyznaczanie elastooptycznej stałej modelowej (k_g)

BELKA ($E=2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$)		PŁASKOWNIK	
Długość belki m. podpor. (l) [mm]		Szerokość płaskownika (a) [mm]	
Wysokość belki (h) [mm]		Grubość płaskownika (b) [mm]	
Szerokość belki (b) [mm]			
Rząd izochromy	Strzałka ugięcia belki [mm]	Rząd izochromy	Strzałka ugięcia belki [mm]
1		5	
2		.	
3		.	
4		.	

2. Określanie naprężeń na nieobciążonym brzegu modelu

Rysunek modelu

Punkt	Rząd izochromy	Kolor
1		
2		
3		