



Katedra Mechaniki i Inżynierii Obliczeniowej
Wydział Mechaniczny Technologiczny
Politechnika Śląska

www.mio.polsl.pl

LABORATORIUM WYTRZYMAŁOŚCI MATERIAŁÓW

Badanie zjawiska kontaktu

1. CEL ĆWICZENIA

- ♦ Zaznajomienie się z problematyką zjawiska kontaktu.
- ♦ Zaznajomienie się z wzorami analitycznymi pozwalającymi na wyznaczenie obszaru kontaktu i wartości naprężeń kontaktowych.
- ♦ Doświadczalne badanie obszaru styku dwóch ciał.

2. WPROWADZENIE

Zagadnieniami kontaktowymi nazywa się zagadnienia związane z wyznaczaniem stanu odkształcenia i stanu naprężenia w obszarach zetknięcia się dwóch ciał. Naprężenia kontaktowe nazywane również stykowymi pojawiają się w miejscu styku dwóch ciał dociśniętych do siebie pewną siłą. Naprężenia te mogą osiągać niekiedy znaczne wartości, nawet przy stosunkowo małych siłach docisku, co może prowadzić do przekroczenia dopuszczalnego wyężenia materiału w bezpośrednim otoczeniu obszaru styku. Pole powierzchni styku ulega zmianie w zależności od wartości sił dociskających, co powoduje zmianę wartości i rozkładów naprężeń, odkształceń i przemieszczeń w obszarze kontaktu. Z występowaniem tego typu zjawiska często można spotkać się w częściach maszyn np.:

- ♦ w łożyskach,
- ♦ w przekładniach zębatych, ślimakowych itp.,
- ♦ w pojazdach kołowych,
- ♦ w połączeniach gwintowych.

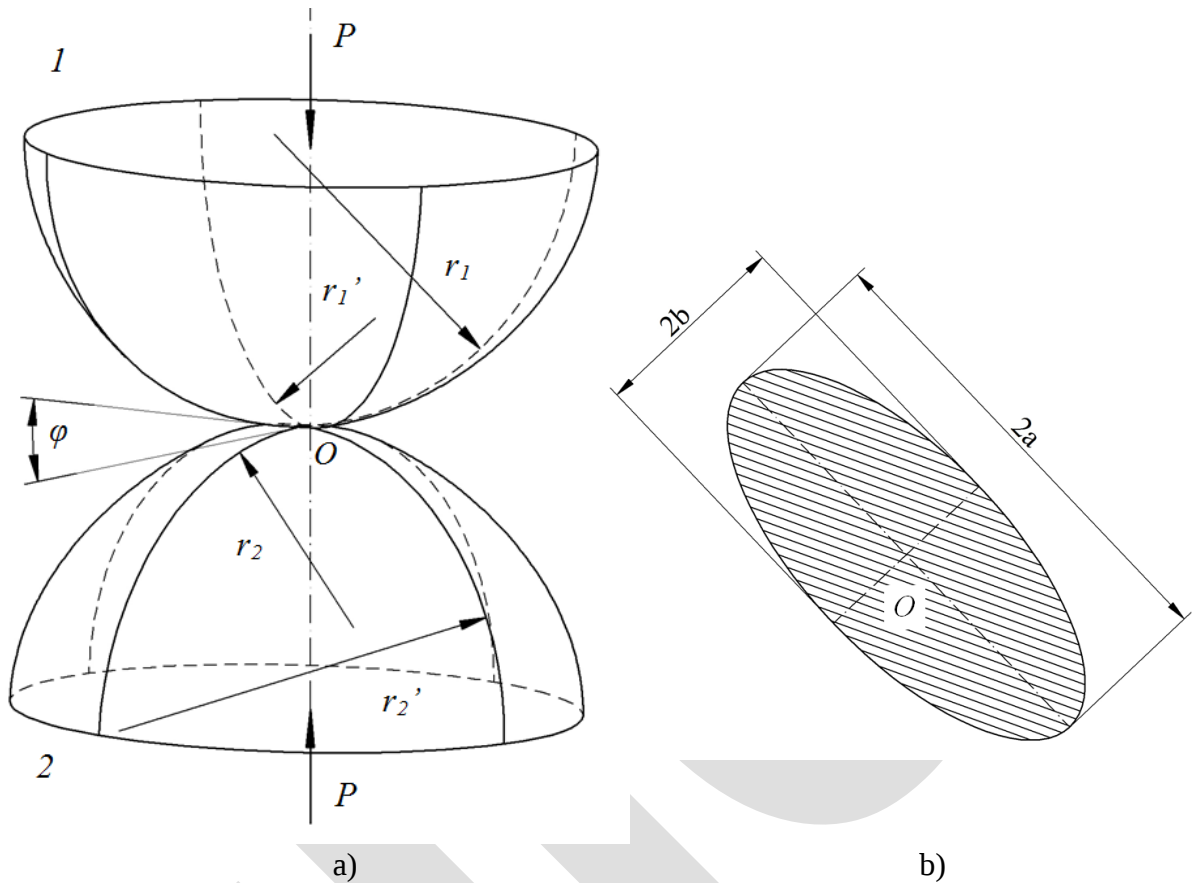
3. PODSTAWY TEORETYCZNE

3.1 Obszar kontaktu (styku)

Ogólne rozwiązanie zagadnienia kontaktowego zostało przedstawione przez Heinricha Hertza. Przeprowadzone przez Hertza badania nad zjawiskiem kontaktu dostarczyły ścisłych, wynikających z teorii sprężystości rozwiązań. W teorii Hertza przyjęto następujące założenia:

1. Stykające się ciała są jednorodne, izotropowe i liniowo-sprężyste.
2. Powierzchnie zewnętrzne ciał w otoczeniu punktu styku są gładkie o regularnej krzywiznie.
3. Odkształcenia ciał są niewielkie.
4. Powierzchnia styku w stosunku do powierzchni ciał jest mała.
5. Na powierzchni styku nie ma naprężeń stycznych, a jedynie normalne.

Na rys. 1a przedstawiono dwa stykające się ciała, które mają wspólną normalną, wspólną płaszczyznę styczną w punkcie styku O i są wzajemnie dociskane siłami P . Dla ciała 1 minimalny i maksymalny promień krzywizny jest równy kolejno r_1 i r_1' , a moduł Younga i liczba Poissona E_1 i ν_1 . Dla ciała drugiego odpowiednie wielkości wynoszą analogicznie r_2, r_2', E_2 i ν_2 . Symbol φ oznacza kąt między odpowiadającymi sobie płaszczyznami największych krzywizn, czyli minimalnych promieni krzywizn r_1 i r_2 .



Rys. 1. Kontakt dwóch ciał: a) stykające się ciała; b) obszar styku

Po odkształceniu ciał spowodowanym ich wzajemnym dociśnięciem w ogólnym przypadku powstaje obszar styku w postaci elipsy o półosiach a i b ($a > b$) (rys. 1b), które można wyznaczyć ze wzorów:

$$a = \alpha^3 \sqrt{P \frac{m}{n}}, \quad (1)$$

$$b = \beta^3 \sqrt{P \frac{m}{n}}, \quad (2)$$

gdzie:

$$m = \frac{4}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1'} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_2'}}, \quad n = \frac{8}{3} \frac{E_1 E_2}{E_2 (1 - \nu_1^2) + E_1 (1 - \nu_2^2)},$$

przy czym: α i β - współczynniki zależne od wartości stosunku $\frac{B}{A}$ gdzie:

$$A = \frac{2}{m} \quad \text{ i } \quad B = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1'}\right)^2 + \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_2'}\right)^2 + 2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1'}\right) \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_2'}\right) \cos 2\varphi}.$$

Wybrane współczynniki α i β dla określonego stosunku $\frac{B}{A}$ zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Wartości α i β określone dla stosunku $\frac{B}{A}$

$\frac{B}{A}$	α	β		$\frac{B}{A}$	α	β
0,000	1,000	1,000		0,4795	1,456	0,7218
0,0466	1,032	0,9696		0,5342	1,540	0,6992
0,1075	1,076	0,9318		0,5819	1,607	0,6791
0,1974	1,148	0,8791		0,6113	1,684	0,6580
0,2545	1,198	0,8472		0,6521	1,775	0,6359
0,3204	1,262	0,8114		0,6716	1,826	0,6245
0,3954	1,345	0,7717		0,6920	1,882	0,6127

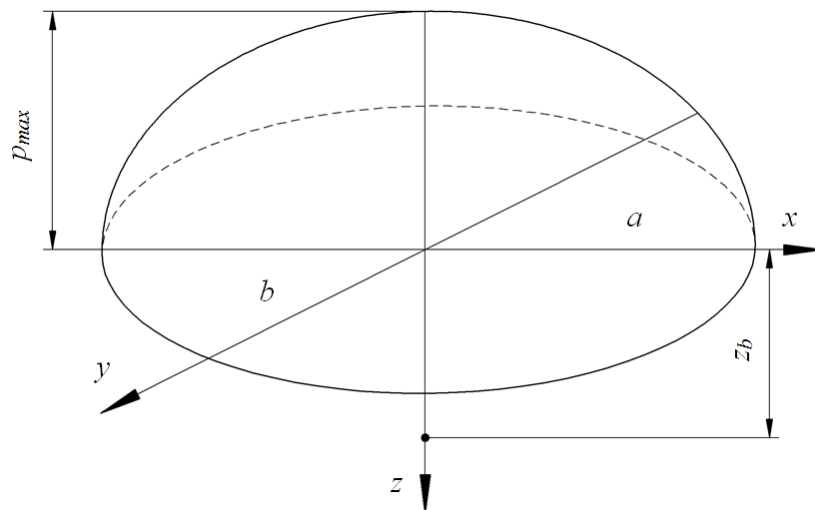
3.2 Naprężenia kontaktowe (stykowe)

Wykres nacisków powierzchniowych na obszarze styku jest elipsoidą o następującym równaniu (rys. 2):

$$p(x, y) = \frac{3P}{2\pi ab} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2}. \quad (3)$$

Wartość największego ciśnienia na powierzchni styku oblicza się z wzoru:

$$p_{\max} = \frac{1,5P}{\pi ab}. \quad (4)$$



Rys. 2. Rozkład naprężeń kontaktowych

Naprężenia na powierzchni styku osiągają często znaczne wartości przekraczające liczbowo granicę plastyczności, a nawet wytrzymałości materiału. Możliwość zniesienia przez materiał takich naprężeń można wytłumaczyć tym, że w punktach, w których one występują stan naprężenia jest zbliżony do trójosiowego ściskania. Obliczenia przeprowadzone przez Bielajewa

wskazują na to, że miejsce największego wyętwienia materiału nie znajduje się na powierzchni styku ciał, lecz na pewnej niewielkiej głębokości pod tą powierzchnią w punktach, które nazywa się punktami Bielajewa. Położenie punktu Bielajewa na rys. 2 określa współrzędna z_b . Przykładowo, zgodnie z obliczeniami, które zostały przeprowadzone z uwzględnieniem hipotezy maksymalnych naprężeń stycznych stosunek z_b/b zmienia się w granicach od 0,481 dla kołowego obszaru styku do 0,78 dla prostokątnego obszaru styku. W kontekście praktycznych obliczeń wytrzymałościowych sformułowane zostało kryterium nacisku powierzchniowego. Kryterium to opiera się na założeniu, że maksymalne naprężenie w obszarze styku p_{max} nie może przekroczyć odpowiedniego naprężenia dopuszczalnego f_{dH} :

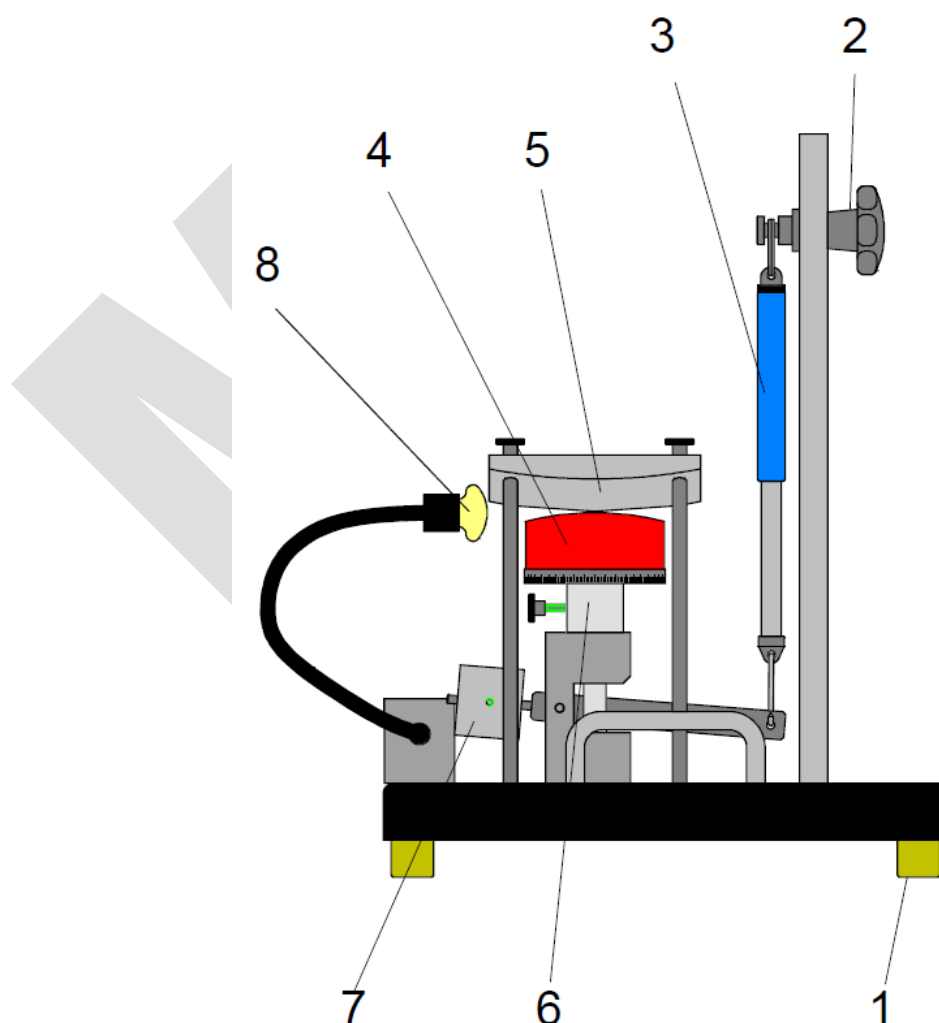
$$p_{max} \leq f_{dH} \cdot \quad (5)$$

Wartości naprężenia dopuszczalnego f_{dH} są znaczne, np. dla stali konstrukcyjnej S355 wynoszą 880 MPa.

4. PRZEBIEG ĆWICZENIA

4.1 Budowa stanowiska pomiarowego

Ćwiczenie przeprowadzane jest przy pomocy stanowiska, którego schemat przedstawiono na rys. 3.



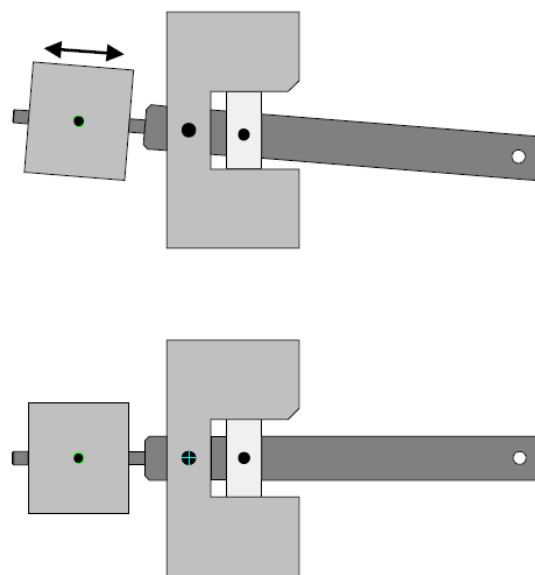
Rys. 3. Schemat stanowiska pomiarowego

W skład stanowiska wchodzi:

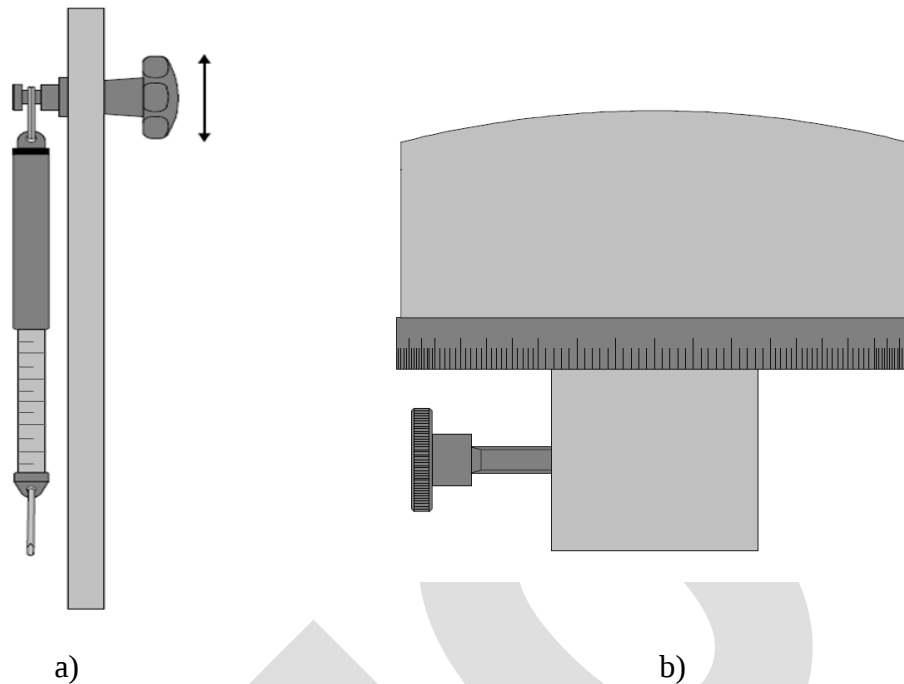
1. Gumowe nóżki stabilizujące.
2. Śruba pozwalająca na płynne zadawanie obciążenia.
3. Dynamometr (siłomierz) sprężynowy.
4. Element dociskowy o promieniach krzywizny $r_1=200$ mm oraz $r_1'=\infty$ wykonany z elastomeru o module Younga $E=5$ MPa i liczbie Poissona $\nu=0.48$.
5. Element dociskowy o promieniach krzywizn $r_2=133,33$ mm oraz $r_2'=400$ mm wykonany z szkła akrylowego o module Younga $E=3330$ MPa i liczbie Poissona $\nu=0.37$.
6. Mechanizm dźwigniowy służący do zadawania obciążenia.
7. Przesuwna przeciwwaga służąca do kompensacji masy zespołu zadającego obciążenie.
8. Lampa.

4.2 Konfiguracja stanowiska

Przed przeprowadzeniem pomiarów należy w pierwszej kolejności odpowiednio dostosować położenie przeciwwagi (rys. 4) tak aby skompensować masę mechanizmu zadającego obciążenie. W trakcie ustawiania przeciwwagi dynamometr sprężynowy powinien być odczepiony. Położenie przeciwwagi jest ustalane wkrętem. Odpowiednią wartość siły dociskającej kontaktujące się ciała zadaje się regulując położenie śruby, a jej wartość odczytuje się z skali na dynamometrze zgodnie z rys. 5a. Dodatkowo trzeba pamiętać, że siła jest przekazywana na element dociskowy poprzez dźwignię o przełożeniu 1:6. W związku z tym jeżeli przykładowo na dynamometrze dokonuje się odczytu siły o wartości 10 N, wartość siły działającej na element dociskowy to 60 N. Kąt między promieniami krzywizn ciał φ wchodzących w kontakt można regulować odbezpieczając śrubę pokazaną na rys. 5b i obracając elastomerowy element dociskowy.



Rys. 4. Ustawienie przeciwwagi



Rys. 5. Konfiguracja stanowiska: a) regulacja siły b) regulacja kąta φ

4.3 Wykonanie pomiarów

W ramach ćwiczenia należy doświadczalnie zbadać kształt i wymiary obszaru styku w zależności od zadanej siły oraz kąta pomiędzy promieniami krzywizn ciał wchodzących w kontakt. Pomiary należy wykonać dla zakresu sił i kątów podanego przez prowadzącego, a wyniki pomiarów wprowadzić do protokołu pomiarowego, przykładowy zakres pomiarów przedstawia tabela 2. Pomiaru geometrii obszaru styku (wymiarów półosi elips) dokonuje się przy użyciu przeznaczonej do tego celu linijki. Aby ułatwić wizualizację obszaru styku powinno się skorzystać z lampy kierując światło pod odpowiednim kątem.

Tabela 2. Pomiary parametrów obszaru styku

Kąt $\varphi = 0^\circ$			Kąt $\varphi = 45^\circ$			Kąt $\varphi = 90^\circ$		
Siła, N	a , mm	b , mm	Siła, N	a , mm	b , mm	Siła, N	a , mm	b , mm
30			30			30		
60			60			60		
90			90			90		
120			120			120		
150			150			150		

5. OPRACOWANIE WYNIKÓW I WYTYCZNE DO SPRAWOZDANIA

Sprawozdanie powinno zawierać:

- I. Cel ćwiczenia.
- II. Krótki wstęp teoretyczny.
- III. Przedstawienie wyników badań doświadczalnych.
- IV. Część obliczeniową, w której należy:
 1. Wyznaczyć korzystając ze wzorów analitycznych (1),(2) parametry obszaru styku (wymiary półosi elips) dla takich samych wartości sił i kątów jak w badaniu doświadczalnym.
 2. Dokonać porównania wyników doświadczalnych z analitycznymi w formie wykresów przedstawiających parametry obszaru styku w funkcji działającej siły osobno dla każdego rozważanego przypadku kąta φ .
 3. Określić maksymalne naprężenia na powierzchni styku korzystając z wzoru (4).
- V. Wnioski z ćwiczenia.

6. PRZYKŁADOWE PYTANIA KONTROLNE

1. Wymień założenia teorii Hertza.
2. Jaki kształt ma obszar styku?
3. W jakich częściach maszyn można spotkać się z zagadnieniem kontaktowym?
4. W jaki sposób wyznaczyć maksymalne naprężenia na powierzchni styku?
5. Gdzie występują maksymalne naprężenia redukowane?
6. Czym charakteryzuje się kryterium nacisku powierzchniowego?

7. LITERATURA

1. Bąk R., Burczyński T.: *Wytrzymałość materiałów z elementami ujęcia komputerowego*, WNT, Warszawa 2001.
2. Dyląg Z., Jakubowicz A., Orłoś Z.: *Wytrzymałość materiałów*, t. II, WNT, Warszawa 1996-97.
3. Bijak-Żochowski M., Jaworski A., Krzesiński G., Zagrajek T.: *Mechanika materiałów i konstrukcji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2006.
4. G.U.N.T. Gerätebau, Experiment instructions – TM 262, *Hertzian Contact Apparatus*, Barsbüttel, Germany, 2011.

Katedra Mechaniki i Inżynierii Obliczeniowej
Wydział Mechaniczny Technologiczny, Politechnika Śląska

www.mio.polsl.pl



PROTOKÓŁ Z ĆWICZENIA

BADANIE ZJAWISKA KONTAKTU

Kierunek: _____ Grupa: _____ Sekcja: _____

Data wykonania ćwiczenia: _____

Prowadzący: _____ Podpis _____

Kąt $\varphi = 0^\circ$			Kąt $\varphi = 45^\circ$			Kąt $\varphi = 90^\circ$		
Siła, N	a, mm	b, mm	Siła, N	a, mm	b, mm	Siła, N	a, mm	b, mm
30			30			30		
60			60			60		
90			90			90		
120			120			120		
150			150			150		