

KONKURS

„0 złoty indeks Politechniki Śląskiej”

Matematyka, edycja 2025/2026, etap I

Zadanie 1. Udowodnij, że żadna para liczb całkowitych (x, y) nie spełnia równania

$$x^2 + 2xy - 4y^2 = 13.$$

Zadanie 2. Niech $n \in \mathbb{N}$. Wyznacz liczbę wszystkich n -cyfrowych liczb naturalnych, które składają się z dokładnie dwóch różnych cyfr. Wynik przedstaw w postaci $a \cdot 2^{n-1} - b$, gdzie $a, b \in \mathbb{N}$.

Zadanie 3. Oblicz

$$\sum_{n=1}^{2026} \sin \frac{n2^n \pi}{6}.$$

Zadanie 4. Udowodnij, że nie istnieje trójkąt równoboczny zawarty w płaszczyźnie, którego wszystkie wierzchołki mają całkowite współrzędne.