

KONKURS

„0 złoty indeks Politechniki Śląskiej”

Matematyka, etap II, Gliwice, 8.03.2024.

Zadanie 1. Rozwiąż równanie

$$x\sqrt{1-x^2} = \frac{1}{4}.$$

Zadanie 2. Oblicz

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^{2023} - n^{2023}}{(n^2+1)^{1012} - n^{2024}}.$$

Zadanie 3. W turnieju szachowym udział bierze 12 zawodników. Pięciu reprezentuje klub Hetman, trzech reprezentuje klub Mat, a pozostali są z czterech innych, różnych klubów. W pierwszej rundzie skojarzono zawodników (utworzono 6 par) w sposób losowy. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że w pierwszej rundzie nie zagrają ze sobą zawodnicy z tego samego klubu.

Zadanie 4. W trójkącie ABC , $\sphericalangle ACB = 90^\circ$. Ponadto bok AC zawiera punkt $P(0, 6)$, bok BC zawiera punkt $Q(4, 3)$, a bok AB zawiera się w prostej $y = 0$. Wyznacz współrzędne wszystkich wierzchołków trójkąta ABC , w którym wysokość prostopadła do boku AB jest najdłuższa.