

## Zadanie «Złożoność obliczeniowa» (zlo)

Dana jest tablica  $A[0..n-1]$ , w której każdy element zawiera wyłącznie jedną z dwóch wartości: 0 lub 1. Zawartość tablicy można potraktować jako binarną reprezentację (zapisaną na  $n$  bitach) liczby całkowitej bez znaku, gdzie  $A[0]$  zawiera najmłodszy bit liczby, a  $A[n-1]$  bit najstarszy.

Dana jest funkcja INCR, która dokonuje inkrementacji reprezentacji binarnej liczby zawartej w tablicy  $A$ , jako wynik wykonania zwracana jest wartość **true** w przypadku poprawnego wykonania operacji oraz wartość **false** w przypadku wystąpienia błędu przepełnienia.

```
1: function INCR( $A[0..n-1]$ )
2:    $i := 0$ ;
3:   while ( $i < n$ ) cand ( $A[i] = 1$ ) do
4:      $A[i] := 0$ ;
5:      $i := i + 1$ ;
6:   end while
7:   if ( $i < n$ ) then
8:      $A[i] := 1$ ;
9:     return true;
10:  else
11:    return false;
12:  end if
13: end function
```

Dla podanej funkcji INCR należy wykonać:

1. Obliczyć prawdopodobieństwo, że operacja inkrementacji zostanie wykonana prawidłowo i nie wystąpi błąd przepełnienia (**2 punkty**).
2. Obliczyć pesymistyczną złożoność czasową funkcji przyjmując jako operację dominującą dostęp do elementu tablicy  $A$  w wierszach 3, 4 i 8 (**2 punkty**).
3. Obliczyć średnią liczbę wykonanych operacji porównania ( $A[i] = 1$ ) w wierszu 3 (**4 punkty**).
4. Obliczyć średnią liczbę wykonanych operacji przypisania ( $A[i] := 0$ ) w wierszu 4 (**4 punkty**).

5. Bazując na funkcji INCR przedstawić treść funkcji DECR, która dokonuje dekrementacji liczby. Jako wynik wykonania funkcja powinna zwracać wartość **true** w przypadku poprawnego wykonania operacji oraz wartość **false** w przypadku wystąpienia błędu przepełnienia (**3 punkty**).

Należy przedstawić odpowiednie obliczenia prowadzące do końcowego wyniku.

## Informacje pomocnicze

- Operacja  $x$  **cand**  $y$  oznacza *conditional and*, w którym  $y$  jest wartościowane wyłącznie w przypadku, kiedy wartością  $x$  jest **true**.
- Złożoności czasowe pesymistyczna  $T_{\text{pes}}(n)$  i średnia  $T_{\text{sr}}(n)$  zdefiniowane są w następujący sposób:

$$\begin{aligned}T_{\text{pes}}(n) &= \sup\{T(d) : d \in D_n\} \\T_{\text{sr}}(n) &= \sum_{d \in D_n} T(d) \cdot p(d)\end{aligned}$$

gdzie:

- $D_n$  – klasa danych, zbiór wszystkich możliwych zestawów danych o rozmiarze  $n$ ;
- $T(d)$  – złożoność czasowa dla zestawu danych  $d$ ;
- $p(d)$  – prawdopodobieństwo, że zestaw danych  $d$  będzie przetwarzany przez algorytm (wszystkie zestawy danych są przetwarzane z jednakowym prawdopodobieństwem).

## Ustalenia techniczne

1. Rozwiązanie należy przygotować w pliku o nazwie **IKU-zlo.pdf**, gdzie IKU jest *indywidualnym kodem uczestnika*. Rozmiar pojedynczego pliku nie może przekraczać 5 MB.
2. W lewym górnym rogu rozwiązania należy umieścić numer IKU i kod zadania: «zlo». Nie jest dopuszczalne umieszczanie w pliku jakichkolwiek innych danych umożliwiających zidentyfikowanie uczestnika (także we właściwościach pliku).

3. Zadanie należy przesłać przez stronę konkursu «Złoty Indeks» Platformy Zdalnej Edukacji korzystając z łącza do przesyłania rozwiązań zadania «zlo».
4. Zadanie jest oceniane w skali 0-15 punktów.