



Politechnika Śląska w Gliwicach
Konkurs "O złoty indeks Politechniki Śląskiej"
edycja 2018/2019
Zadania z matematyki - etap I

Zadanie 1. Niech a, b będą liczbami całkowitymi. Udowodnij, że jeżeli 3 dzieli $a^2 + b^2$, to 3 dzieli a oraz 3 dzieli b .

Zadanie 2. Wyznacz liczbę rozwiązań równania:

$$9^x + 2m3^x + m^2 + m - 2 = 0$$

w zależności od parametru m .

Zadanie 3. Dane są punkty na płaszczyźnie: $A(0, 0)$, $B(2, 0)$ i $C(0, 2)$. Niech S będzie zbiorem takich punktów D na płaszczyźnie, dla których oba trójkąty ABD i ACD są jednocześnie rozwartokątne i ich odległość od punktu A nie przekracza 2. Oblicz pole figury S .

Zadanie 4. Niech $n \geq 3$. Ze skończonego ciągu arytmetycznego a_1, a_2, \dots, a_n o niezerowej różnicy wylosowano trzy różne liczby. Oblicz prawdopodobieństwo, że te liczby w wylosowanej kolejności utworzą ciąg arytmetyczny.