

Aneta WŁODARCZYK
Politechnika Częstochowska
Wydział Zarządzania
aneta.w@zim.pcz.pl

KOHERENTNE MIARY RYZYKA W ZARZĄDZANIU RYZYKIEM CEN UPRAWNIENÍ DO EMISJI CO₂ W PRZEDSIĘBIORSTWACH OBJĘTYCH SYSTEMEM EU ETS

Streszczenie. Zarządzanie ryzykiem cen uprawnień do emisji CO₂ nabiera coraz większego znaczenia dla przedsiębiorstw objętych Europejskim Systemem Handlu Emisjami (EU ETS). Ograniczenie liczby nieodpłatnie przyznawanych uprawnień oraz wzrost zmienności ich cen na rynku wtórnym zwiększają ekspozycję przedsiębiorstw na ryzyko. Celem artykułu jest przedstawienie koncepcji koherentnych miar ryzyka oraz porównanie różnic w oszacowaniu ryzyka portfela kontraktów terminowych na uprawnienia do emisji CO₂ za pomocą dwóch miar: nieoczekiwanego niedoboru oraz wartości zagrożonej.

Słowa kluczowe: zarządzanie ryzykiem przedsiębiorstwa, oczekiwany niedobór, wartość zagrożona, uprawnienia do emisji CO₂

COHERENT RISK MEASURES IN THE EUA PRICE RISK MANAGEMENT IN THE EU ETS COMPANIES

Abstract. Managing the European Emission Allowances (EUA) price risk is becoming increasingly important for companies covered by the European Union Emissions Trading Scheme (EU ETS). The increase in the price volatility of the CO₂ allowances in the secondary market and the reduction in the amount of free carbon emissions allowances, which are granted to companies, cause the increase in companies' exposure to price risk. The aim of this article is to present the concept of coherent risk measures and to compare the differences in the EUA futures portfolio risk assessment by means of two different measures: Expected Shortfall and Value at Risk.

Keywords: enterprise risk management, Expected Shortfall, Value at Risk, European Emission Allowances

1. Wprowadzenie

Ryzyko cen uprawnień do emisji CO₂ towarzyszy działalności przedsiębiorstw włączonych do Europejskiego Systemu Handlu Emisjami od roku 2005, przy czym wprowadzane zmiany regulacyjne w kolejnych okresach funkcjonowaniu tego systemu bezpośrednio oddziaływały również na wielkość ekspozycji przedsiębiorstw na ten rodzaj ryzyka. W obecnym trzecim okresie rozliczeniowym (2013-2020) przedsiębiorstwa objęte EU ETS są zobligowane do redukcji emisji gazów cieplarnianych w roku 2020 o 21% w stosunku do emisji z roku 2005. Od 2013 roku dotychczasowe limity krajowe emisji gazów cieplarnianych zostały zastąpione przez obowiązujący wszystkie kraje członkowskie wspólny limit emisji, który aż do roku 2020 będzie zmniejszany o 1,74% rocznie. Zasadnicza zmiana, mająca na celu usprawnienie i rozszerzenie wspólnotowego systemu handlu uprawnieniami do emisji gazów cieplarnianych, dotyczy wprowadzenia systemu aukcyjnego jako podstawowej formy pozyskiwania przez przedsiębiorstwa uprawnień do emisji.¹ Część uprawnień jest nadal rozdzielana bezpłatnie pomiędzy energochłonne sektory przemysłu, które są narażone na zjawisko tzw. ucieczki emisji, a także sektor elektroenergetyki objęty uprawnieniami derogacyjnymi w niektórych państwach członkowskich. Obowiązujący obecnie mechanizm przydziału nieodpłatnych uprawnień wykorzystuje zestaw benchmarków, które zostały oszacowane na podstawie średniej emisji zanieczyszczeń z 10% najbardziej wydajnych instalacji w UE w danym okresie, wykorzystujących gaz ziemny w procesie wytwarzania energii. Liczba przydzielonych uprawnień dla instalacji będzie zależeć od stopnia podobieństwa wyznaczonego dla niej wskaźnika wielkości emisji dwutlenku węgla do unijnego wzorca. Ponadto, przy rozdzielaniu uprawnień derogacyjnych w trzecim okresie funkcjonowania EU ETS uwzględniane są koszty inwestycji w niskoemisyjną modernizację przedsiębiorstw z sektora elektroenergetycznego. W tym miejscu należy również wspomnieć o decyzji Komisji Europejskiej w sprawie przeniesienia około 900 mln uprawnień z lat 2014-2016 na lata 2019-2020, co przyczyniło się do wzrostu cen uprawnień do emisji CO₂ na aukcjach po 2013 roku.² Decyzja w sprawie backloadingu w sposób doraźny miała przeciwdziałać zjawisku nadpodaży uprawnień na rynku oraz obniżeniu ich wartości rynkowej, natomiast ustanowienie rezerwy stabilizującej rynek EU ETS (MSR, *Market Stability Reserve*) ma przynieść długoterminowe rozwiązanie tego problemu.³ Na zmienność rynkowych cen uprawnień do emisji CO₂ mają wpływ również czynniki fundamentalne, takie

¹ Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady 2009/29/WE z dnia 23 kwietnia 2009 r. zmieniająca dyrektywę 2003/87/WE w celu usprawnienia i rozszerzenia wspólnotowego systemu handlu uprawnieniami do emisji gazów cieplarnianych. Dziennik Urzędowy Unii Europejskiej, L 140/63.

² <http://www.cire.pl/item,86501,1,0,0,0,0,0,rada-ue-zatwierdzila-backloading.html> (dostęp 12.05.2017).

³ European Commission's Proposal for a Directive of the European Parliament and of the Council amending Directive 2003/87/EC to enhance cost-effective emission reduction and low-carbon investments of 15 July 2015, 2015/148 (COD), www.ec.europa.eu/transparency/regdoc/rep/1/2015/EN/1-2015-337-EN-F1-1.PDF (dostęp 12.05.2017).

jak: wielkość produkcji przemysłowej, kryzys gospodarczy, ceny podstawowych surowców energetycznych (węgiel, ropa naftowa, gaz ziemny) czy ceny energii elektrycznej.⁴ Z kolei pod wpływem zmian cen uprawnień do emisji CO₂ będą zmieniały się koszty produkcji w przedsiębiorstwach objętych systemem EU ETS, a także mogą ulec zmianie decyzje przedsiębiorstw dotyczące inwestycji w niskoemisyjne technologie produkcji.

Biorąc powyższe pod uwagę niezwykle istotną kwestią dla przedsiębiorstw objętych systemem EU ETS jest pomiar ryzyka cen uprawnień do emisji CO₂, który stanowi ważny etap procesu zarządzania ryzykiem. Celem artykułu jest przedstawienie koncepcji koherentnych miar ryzyka oraz porównanie różnic w oszacowaniu ryzyka portfela kontraktów terminowych na uprawnienia do emisji CO₂ za pomocą dwóch miar: nieoczekiwanego niedoboru (koherentna miara ryzyka) oraz wartości zagrożonej (niekoherentna miara ryzyka). W pracy wykorzystano parametryczne modele zmienności klasy FIAPGARCH(p,d,q) z rozkładem t-Studenta do wyznaczenia wartości narażonej na ryzyko oraz nieoczekiwanego niedoboru dla portfela kontraktów terminowych futures na uprawnienia do emisji CO₂ notowanych na ICE Futures Europe w okresie od 03.01.2013 do 07.06.2017. Dla wybranych w procesie weryfikacji modeli zmienności przeprowadzono testowanie wsteczne wyników pomiaru wartości zagrożonej portfela kontraktów futures na uprawnienia do emisji za pomocą testu Kupca (1995) oraz Engle'a i Manganelliego (2002). Umożliwi to ocenę możliwości zastosowania danego podejścia do pomiaru ryzyka cen uprawnień do emisji CO₂ w praktyce. Ponadto, na podstawie oszacowanych koherentnych miar ryzyka można ocenić oczekiwaną średnią stratę dla portfela kontraktów futures na uprawnienia do emisji w sytuacji gdy model VaR zawiedzie.

2. Zarządzanie ryzykiem zmian cen uprawnień do emisji CO₂ w przedsiębiorstwie

Ryzyko cen uprawnień do emisji CO₂ związane jest ze zmiennością rynkowej wartości portfela uprawnień do emisji CO₂ będącego własnością przedsiębiorstwa objętego systemem EU ETS. Polskie przedsiębiorstwa narażone są również na ryzyko walutowe, ze względu na fakt, iż kontrakty na pozwolenia na emisję CO₂ rozliczane są w euro. Zarządzanie tym rodzajem ryzyka w przedsiębiorstwie obejmuje etap identyfikacji oraz pomiaru ekspozycji przedsiębiorstwa na ryzyko związane z emisją CO₂ i zmianami cen uprawnień do emisji, określenie efektywnych ekonomicznie działań ukierunkowanych na redukcję emisji dwutlenku węgla, dobór właściwych instrumentów finansowych i opracowanie strategii

⁴ Por. Keppler J.H., Mansanet-Bataller M.: Causality between CO₂, electricity, and other energy variables during phase I and phase II of the EU ETS. "Energy Policy", Vol. 38, 2010, pp. 3329-3341 oraz Lutz B.J., Pigorsch U., Rotfuß W.: Nonlinearity in cap-and-trade systems: The EUA price and its fundamentals. "Energy Economics", Vol. 40, 2013, pp. 222-232.

zabezpieczającej przedsiębiorstwo przed niekorzystnymi zmianami cen uprawnień, a także monitorowanie wdrożonych rozwiązań w zakresie zarządzania ryzykiem i ocenę ich efektywności.⁵ Pierwszym etapem w zarządzaniu ryzykiem związanym z emisją CO₂ jest identyfikacja i pomiar ekspozycji przedsiębiorstwa na ten rodzaj ryzyka. Ekspozycja na ryzyko rozumiana jest jako różnica pomiędzy oczekiwaną liczbą przyznaných uprawnień a prognozowaną emisją CO₂. Prognozy emisji dwutlenku węgla powinny być opracowane z wykorzystaniem narzędzi informatyczno-ekonometrycznych oraz historycznych emisji CO₂ towarzyszących działalności przedsiębiorstw, przy uwzględnieniu planowanych inwestycji modernizacyjnych oraz różnych scenariuszy rozwoju działalności przedsiębiorstwa. Na oczekiwaną liczbę przyznaných uprawnień składają się uprawnienia do emisji CO₂ przyznane przedsiębiorstwu w danym okresie rozliczeniowym, z uwzględnieniem obowiązujących w danym okresie mechanizmów elastycznościach oraz derogacyjnych. Ponadto, należy również wziąć pod uwagę oczekiwaną liczbę uprawnień dla instalacji, które powstaną w trakcie trwania danego okresu rozliczeniowego. Wrażliwość wyniku finansowego przedsiębiorstwa na niekorzystną fluktuację cen uprawnień do emisji dwutlenku węgla jest proporcjonalna do wielkości ekspozycji przedsiębiorstwa na ryzyko. Przedsiębiorstwa charakteryzujące się dodatnią ekspozycją na ryzyko emisji CO₂ posiadają nadmiar uprawnień w stosunku do ich zapotrzebowania na pokrycie własnej emisji, zatem korzystną dla nich sytuacją będzie sprzedaż uprawnień na rynku wtórnym, gdy ich ceny będą rosły. Z kolei przedsiębiorstwa posiadające ujemną ekspozycję na ryzyko emisji CO₂ będą zmuszone dokupić brakujące pozwolenia na emisję na rynku wtórnym. Dla tych podmiotów ważną kwestią jest zabezpieczenie się przed ryzykiem wzrostu cen uprawnień do emisji dwutlenku węgla.

Rynek wtórny handlu uprawnieniami do emisji CO₂ rozwija się bardzo dynamicznie i oferuje bogaty zestaw giełdowych, standaryzowanych instrumentów finansowych (kontrakty terminowe futures na EUA lub CER, opcje na kontrakty terminowe futures na EUA czy CER), jak i dopasowanych do indywidualnych potrzeb przedsiębiorstwa instrumentów finansowych znajdujących się w obrocie pozagiełdowym (kontrakty forward na EUA, kontrakty opcyjne na EUA).⁶ Instrumenty te można wykorzystać w zarządzaniu ryzykiem cen uprawnień do emisji CO₂ do opracowania strategii zabezpieczających (por. Tabela 1). Strategia polegająca na świadomym zarządzaniu ryzykiem przez przedsiębiorstwo z wykorzystaniem finansowych instrumentów pochodnych wiąże się z koniecznością utrzymywania ekspozycji narażonej na ryzyko w oczekiwaniu na pojawienie się korzystnych dla przedsiębiorstwa trendów cenowych na rynku wtórnym handlu uprawnieniami do emisji CO₂.

⁵ Por. Czarniecki P.: Zarządzanie ryzykiem cen uprawnień do emisji dwutlenku węgla. „Rynek Energii”, nr 5, 2007 oraz Urbanowska-Sojkin E.: Ryzyko w wyborach strategicznych w przedsiębiorstwach. PWE, Warszawa 2013, s. 38-39.

⁶ Szczegółowe informacje o ofercie produktowej można znaleźć m.in.:

<http://www.sagacommodities.com/?cid=6>; <https://www.theice.com/products/Futures-Options/Energy/Emissions> (dostęp 12.05.2017).

Tabela 1

Strategie hedgingowe z wykorzystaniem finansowych instrumentów pochodnych na uprawnienia do emisji CO₂

Rodzaj pozycji	Pozycja krótka na rynku spot – ekspozycja ujemna	Pozycja długa na rynku spot – ekspozycja dodatnia
Hedging wykorzystujący kontrakty futures na EUA	Hedging zakupowy polegający na kupnie odpowiedniej liczby kontraktów terminowych na EUA. Straty na rynku spot w sytuacji wzrostu cen EUA można ograniczyć zarabiając na rynku terminowym.	Hedging sprzedażowy polegający na sprzedaży kontraktów terminowych na EUA. Zyski z transakcji terminowej mogą ograniczyć straty wynikające ze spadku cen EUA na rynku spot.
Hedging wykorzystujący kontrakty opcyjne na EUA	Hedging zakupowy związany z nabyciem opcji kupna na EUA w sytuacji trwania silnego trendu wzrostowego. Alternatywnie można wystawić opcję sprzedaży na EUA podczas słabego trendu wzrostowego.	Hedging sprzedażowy związany z kupnem opcji sprzedaży na EUA w przypadku silnego trendu spadkowego. Alternatywnie można wystawić opcję kupna na EUA podczas słabego trendu spadkowego.

Zródło: Opracowanie własne.

Strategia polegająca na świadomym zarządzaniu ryzykiem przez przedsiębiorstwo z wykorzystaniem finansowych instrumentów pochodnych wiąże się z koniecznością utrzymywania ekspozycji narażonej na ryzyko w oczekiwaniu na pojawienie się korzystnych dla przedsiębiorstwa trendów cenowych na rynku wtórnym handlu uprawnieniami do emisji CO₂. Alternatywna strategia zarządzania ryzykiem cen uprawnień do emisji CO₂ polega na bilansowaniu emisji dwutlenku węgla na bieżąco, wraz z napływającymi informacjami o planowanej w danym okresie emisji i liczbie przyznanых uprawnień. U jej podstaw leży skuteczne komunikowanie się różnych działów przedsiębiorstwa odpowiedzialnych za monitorowanie dotychczasowej emisji dwutlenku węgla, szacowanie liczby przyznanых uprawnień, planowanie inwestycji w niskoemisyjną modernizację przedsiębiorstwa wraz z określeniem jej ekonomicznej efektywności. Pozwala to na identyfikację wczesnych sygnałów świadczących o zmianie wielkości ekspozycji przedsiębiorstwa na ryzyko emisji CO₂. Strategia ta jest wybierana przez przedsiębiorstwa, które nie są zainteresowane podejmowaniem dodatkowego ryzyka związanego z inwestowaniem na rynku instrumentów pochodnych na EUA.⁷ Ponadto, ceny uprawnień do emisji CO₂ mają wpływ na wybór projektu inwestycji mającej zredukować emisję gazów cieplarnianych w przedsiębiorstwie. Interesujące są tylko te inwestycje, dla których jednostkowy koszt krańcowy na tonę zredukowanej emisji CO₂ jest niższy niż cena uprawnienia.⁸

⁷ Por. Czarniecki P.: Zarządzanie ryzykiem cen uprawnień do emisji dwutlenku węgla. „Rynek Energii”, nr 5, 2007.

⁸ Szczegółowy opis modeli matematycznych optymalizujących strategie inwestycyjne w energetyce można znaleźć m.in. w pracy: Bartnik R., Bartnik B.: Model matematyczny z czasem ciągłym poszukiwania optymalnej strategii inwestycyjnej w energetyce. „Energetyka”, nr 1, 2015, s. 1-10. Nie można również

3. Koncepcja koherentnych miar ryzyka

Niech Λ będzie zbiorem zmiennych losowych określonych na przestrzeni probabilistycznej (Ω, \mathcal{F}, P) przyjmujących wartości rzeczywiste. Poszczególne elementy zbioru Λ można interpretować jako portfele instrumentów finansowych powiązanych z uprawnieniami do emisji CO₂, które generują losową stratę. Pomiar ryzyka związany jest z określeniem funkcyjnej zależności pomiędzy elementami zbioru Λ a nieujemnymi liczbami rzeczywistymi, dzięki czemu można w naturalny sposób porządkować i porównywać inwestycje na rynku uprawnień do emisji CO₂ pod względem ryzyka. Artzner, Delbaen i Heath (1999) zdefiniowali cztery własności charakteryzujące dobrą miarę ryzyka:⁹

- Subaddytywność – w dobrze zdywersyfikowanym portfelu instrumentów finansowych powiązanych z uprawnieniami do emisji CO₂ całkowite ryzyko straty jest nie większe od zsumowanego ryzyka straty przypisanego do każdego instrumentu:

$$\forall X, Y \in \Lambda : \rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y). \quad (1)$$

- Dodatnia homogeniczność – zwielokrotnienie skali inwestycji w portfel kontraktów na uprawnienia do emisji CO₂ powoduje proporcjonalny wzrost ryzyka straty:

$$\forall \lambda \geq 0 \forall X \in \Lambda : \rho(\lambda X) = \lambda \rho(X). \quad (2)$$

- Niezmienniczość ze względu na translację – dołączenie do portfela kontraktów na uprawnienia do emisji CO₂ instrumentu finansowego generującego pewny zysk ($\kappa > 0$) albo pewną stratę ($\kappa < 0$) spowoduje odpowiednio zmniejszenie albo zwiększenie ryzyka straty portfela:

$$\forall \kappa \in R \forall X \in \Lambda : \rho(X + \kappa) = \rho(X) - \kappa. \quad (3)$$

- Monotoniczność – realizuje postulat porządkowania stochastycznego w procesie pomiaru ryzyka¹⁰ i oznacza, że jeżeli portfel X instrumentów finansowych powiązanych z uprawnieniami do emisji CO₂ generuje straty z mniejszym prawdopodobieństwem, to ryzyko związane z tym portfelem jest mniejsze:

$$\forall X, Y \in \Lambda : X \leq Y \Rightarrow \rho(X) \leq \rho(Y). \quad (4)$$

zapominać o kalkulacji wszystkich kosztów środowiskowych towarzyszących danej działalności, na co zwraca uwagę Jonek-Kowalska I.: Środowiskowe i społeczne aspekty ryzyka prowadzenia działalności gospodarczej w perspektywie cyklu życia kopalni węgla kamiennego, [w:] Skrodzka W. (red.): Zmiany w organizacjach w warunkach niepewności. Sekcja Wydawnictw Wydziału Zarządzania Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2013, s. 69-73.

⁹ Por. Artzner P., Delbaen F., Eber J.-M., Heath D.: Coherent Measures of Risk. "Mathematical Finance", Vol. 9, No. 3, 1999, pp. 207 – 210 oraz Buszkowska E.: O fundamentach pomiaru ryzyka. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, nr 854, s. Finanse, Rynki finansowe, Ubezpieczenia, nr 73, 2015, s. 374 – 375.

¹⁰ Wyjaśnienie postulatu porządkowania stochastycznego można znaleźć m.in. w pracy: Trzpiot G.: Optymalizacja portfela z wykorzystaniem koherentnych transformujących miar ryzyka. „Studia Ekonomiczne”, nr 208, 2014, s. 78.

Mianem koherentnej miary ryzyka określa się każdą miarę spełniającą powyższe cztery własności. Przykładem niekoherentnej miary ryzyka, która nie posiada własności subaddytywności, jest wartość zagrożona (VaR, *Value at Risk*). VaR na poziomie tolerancji α dla inwestora zajmującego długą pozycję na rynku uprawnień do emisji CO₂ jest liczbą przeciwną do kwantyla rzędu α warunkowego rozkładu stóp zwrotu portfela instrumentów finansowych:¹¹

$$P(r_{t+1} \leq -VaR_{t+1}^d(\alpha) | \mathfrak{F}_t) = \alpha, \quad (5)$$

gdzie r_{t+1} oznacza procentową logarytmiczną stopę zwrotu z portfela, \mathfrak{F}_t jest zbiorem dostępnych informacji do momentu t włącznie.

Natomiast dla inwestora zajmującego pozycję krótką na rynku uprawnień do emisji CO₂, VaR jest kwantylem rozkładu rzędu $1-\alpha$ warunkowego rozkładu stóp zwrotu portfela instrumentów finansowych:

$$P(r_{t+1} \geq VaR_{t+1}^k(\alpha) | \mathfrak{F}_t) = \alpha. \quad (6)$$

Wartość zagrożona stanowiła podstawę do opracowania koherentnej miary ryzyka jaką jest oczekiwany niedobór (ES, *Expected Shortfall*), który nazywany jest również warunkową wartością zagrożoną (CVaR). Oczekiwany niedobór na poziomie tolerancji α dla portfela instrumentów finansowych powiązanych z uprawnieniami do emisji CO₂ jest rozumiany jako wartość oczekiwanej straty pod warunkiem, że strata będzie większa niż VaR. Formalnie oczekiwany niedobór można zdefiniować w następujący sposób dla inwestora zajmującego długą (ES_α^d) lub krótką (ES_α^k) pozycję na rynku uprawnień do emisji CO₂:¹²

$$ES_\alpha^d = E(r_{t+1} | r_{t+1} < -VaR_{t+1}^d(\alpha)) \text{ lub } ES_\alpha^k = E(r_{t+1} | r_{t+1} > VaR_{t+1}^k(\alpha)). \quad (7)$$

Aby w sposób relatywny ocenić wartość oczekiwanej straty z portfela instrumentów finansowych powiązanych z uprawnieniami do emisji CO₂ w sytuacji, gdy model VaR zawiedzie, można posłużyć się względnym oczekiwanym niedoborem:¹³

$$ESR_\alpha^d = E\left(\frac{r_{t+1}}{-VaR_{t+1}^d(\alpha)} | r_{t+1} < -VaR_{t+1}^d(\alpha)\right) \quad ESR_\alpha^k = E\left(\frac{r_{t+1}}{VaR_{t+1}^k(\alpha)} | r_{t+1} > VaR_{t+1}^k(\alpha)\right). \quad (8)$$

¹¹ VaR jest najbardziej popularną i najczęściej stosowaną miarą ryzyka, która pozwala porównać w sposób bardzo intuicyjny ryzyko wyznaczone dla różnych instrumentów finansowych, por. Jorion P.: *Value-at-Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. McGraw-Hill, New York 2000, p. 54 oraz Doman M., Doman R.: *Modelowanie zmienności i ryzyka. Metody ekonometrii finansowej*. Wolters Kluwer Polska, Kraków 2009, s. 201.

¹² Por. Acerbi C., Tasche D.: *Expected Shortfall: a natural coherent alternative to Value at Risk*. 2011, pp. 4-5 oraz Buszkowska E.: *O fundamentach pomiaru ryzyka*. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, nr 854, s. 375.

¹³ Por. Laurent S.: *Estimating and Forecasting ARCH Models Using G@RCH™ 7*. Timberlake Consultants Ltd, London 2013.

3.1. Model VaR i metody oceny jego oszacowań

Przyjęto założenie, że procentowe logarytmiczne stopy zwrotu z portfela instrumentów finansowych powiązanych z uprawnieniami do emisji CO₂ generowane są przez proces AR(m)-FIAPGARCH(p,d,q):¹⁴

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t = \mu + \sum_{i=1}^m \phi_i r_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (9)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t \nu_t, \quad \nu_t \sim iid(0,1) \quad (10)$$

$$\sigma_t^\delta = \omega + \{1 - [1 - \beta(L)]^{-1} \phi(L)(1-L)^d\} (|\varepsilon_t| - \gamma \varepsilon_t)^\delta \quad (11)$$

gdzie:

$\beta(L) \equiv \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \dots + \beta_p L^p$, $\phi(L) \equiv 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_q L^q$, L - operator opóźnienia,

d - parametr integracji ułamkowej wskazujący na efekt długiej pamięci w zmienności warunkowej procesu ($0 \leq d \leq 1$),

δ - wykładnik przy warunkowym odchyleniu standardowym ($\delta > 0$),

γ - parametr wskazujący na asymetryczny wpływ dodatnich i ujemnych innowacji na warunkową zmienność procesu ($|\gamma| < 1$).

Zakładając dodatkowo, iż dystrybuanta zmiennej ν_t jest rosnąca i ciągła, VaR dla jednodniowego okresu przetrzymania dla inwestora zajmującego długą lub krótką pozycję na rynku uprawnień do emisji CO₂ można wyznaczyć w następujący sposób:

$$VaR_{t+1}^d(\alpha) = -\mu_t(1) - \sigma_t(1)z_\alpha \text{ lub } VaR_{t+1}^k(\alpha) = \mu_t(1) + \sigma_t(1)z_{1-\alpha} \quad (12)$$

gdzie:

$z_\alpha, z_{1-\alpha}$ - kwantyle rzędu odpowiednio α i $1 - \alpha$ rozkładu zmiennej ν_t , $\mu_t(1)$ oraz

$\sigma_t(1)$ - prognozy na kolejny dzień sesyjny odpowiednio warunkowej wartości oczekiwanej oraz warunkowego odchylenia standardowego uzyskane z modeli (9)-(11).

W celu oceny jakości oszacowań ryzyka generowanych przez model VaR (12) przeprowadzono testy Kupca oraz Engle'a i Manganelliego. Obydwa testy bazują na szeregu przekroczeń $[I_t(\alpha)]_{\{t=1, 2, \dots, T\}}$ opisywanym przez następującą funkcję wskaźnikową:¹⁵

¹⁴ Przyjęcie tego założenia zostało poprzedzone badaniem własności szeregu stop zwrotu portfela kontraktów terminowych na EUA. Szczegółowe informacje o tej klasie modeli można znaleźć m. in. w pracach: Laurent S.: Estimating and Forecasting ARCH Models Using G@RCH™ 7. Timberlake Consultants Ltd, London 2013, pp. 79-96 oraz Conrad C., Rittler D., Rotfuß W.: Modeling and explaining the dynamics of European Union Allowance process at high-frequency. "Energy Economics", Vol. 34, 2012, p. 321.

¹⁵ Por. Piontek K.: Przegląd i porównanie metod oceny modeli VaR, [w:] Chrzan P. (red.): Matematyczne i ekonometryczne metody oceny ryzyka finansowego. Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 2007, s. 114-115.

$$I_t^d(\alpha) = \begin{cases} 1, & r_{t+1} \leq -VaR_t^d(\alpha) \\ 0, & r_{t+1} > -VaR_t^d(\alpha) \end{cases} \quad \text{lub} \quad I_t^k(\alpha) = \begin{cases} 1, & r_{t+1} \geq VaR_t^k(\alpha) \\ 0, & r_{t+1} < VaR_t^k(\alpha) \end{cases} \quad (13)$$

Test Kupca weryfikuje czy częstość przekroczeń VaR w analizowanej próbie różni się od zadanego poziomu tolerancji α : $H_0: \hat{\alpha} = \alpha$, $H_1: \hat{\alpha} \neq \alpha$. Statystyka testowa zdefiniowana jest następująco:

$$LR = -2 \ln \left(\frac{(1-\alpha)^{T-N} \alpha^N}{(1-\hat{\alpha})^{T-N} \hat{\alpha}^N} \right) \sim \chi_1^2, \quad (14)$$

gdzie:

$$\hat{\alpha} = \frac{N}{T}, \quad N = \sum_{i=1}^T I_i^d(\alpha) \quad \text{lub} \quad N = \sum_{i=1}^T I_i^k(\alpha), \quad T - \text{liczebność próby, } N - \text{liczba przekroczeń VaR}$$

w próbie.

Uzupełnieniem testu Kupca na liczbę przekroczeń VaR jest test Engle'a i Manganelliego weryfikujący dodatkowo niezależność przekroczeń w czasie oraz niezależność przekroczeń od wartości VaR i przetworzonej informacji dostępnej w chwili $t-1$ ($\varpi_{t-1,j} \in \mathfrak{F}_{t-1}$):¹⁶

$$I_t(\alpha) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i I_{t-i}(\alpha) + \beta_{p+1} VaR_t(\alpha) + \sum_{j=1}^n \beta_{p+j+1} f(\varpi_{t-1,j}) + \varepsilon_t. \quad (15)$$

Brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej potwierdza poprawność przyjętego modelu VaR: $H_0: \alpha_0 = \alpha, \beta_i = 0$ ($i = 1, 2, \dots, p+n+1$). Statystyka testowa przyjmuje postać:

$$DQT = \frac{\hat{\lambda}^T X^T X \hat{\lambda}}{\alpha(1-\alpha)} \sim \chi_{p+n+2}^2, \quad (16)$$

gdzie:

X - macierz rzędu p zmiennych objaśniających z (15),

$\hat{\lambda}$ - wektor ocen parametrów modelu (15) oszacowanego MNK.

4. Pomiar ryzyka dla portfela kontraktów terminowych na uprawnienia do emisji CO₂

W artykule oszacowano ryzyko dla portfela kontraktów terminowych na uprawnienia do emisji CO₂ notowanych na giełdzie Intercontinental Exchange Future Europe (ICE Future

¹⁶ Por. Piontek K.: Przegląd i porównanie metod oceny modeli VaR, [w:] Chrzan P. (red.): Matematyczne i ekonometryczne metody oceny ryzyka finansowego. Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 2007, s.116-117.

Europe)¹⁷ w okresie od 03.01.2013 do 07.06.2017, który odpowiada III fazie funkcjonowania systemu EU ETS.¹⁸ Na podstawie cen kontraktów futures na uprawnienia do emisji CO₂ wyznaczono procentowe logarytmiczne stopy zwrotu, z których wydzielono próbę uczącą (03.01.2013 – 12.09.2016) oraz próbę testującą (13.09.2016 – 07.06.2017). W próbie uczącej estymowano modele AR(2)-FIAPGARCH(1,d,1) z rozkładem t-Studenta, GED i skośnym t-Studenta, zweryfikowano własności reszt modeli oraz oszacowano ryzyko metodą wartości zagrożonej (12) dla portfela kontraktów futures na EUA.

Wyniki estymacji parametrów najlepszych modeli, które posłużyły do wyznaczenia VaR dla poziomów tolerancji 0.01, 0.025 i 0.05 w próbie, przedstawiono w Tabeli 2. Można zauważyć, że dla obydwu specyfikacji modelu otrzymano zbliżone wyniki. Parametr gamma jest statystycznie nieistotny w obu przypadkach, dlatego też nie można wnioskować o występowaniu asymetrii w oddziaływaniu napływających na rynek pozytywnych i negatywnych informacji na wartość warunkowego odchylenia standardowego. Potwierdzają to również wyniki testów obciążenia znaków (SB, NSB, PSB). Wartość parametru delta (1.5028) wskazuje, że ani warunkowa wariancja, ani odchylenie standardowe nie opisuje w sposób zadawalający zmienności warunkowej stóp zwrotu z portfela kontraktów futures na CO₂. W szeregu standaryzowanych reszt modeli nie występuje zjawisko autokorelacji (wyniki testu Boxa-Pierce'a: Q(5) i Q(20)) oraz efekt ARCH (wyniki testu Engle'a: LM(2) i LM(5)). Porównując wartości statystyki Nybloma do wartości krytycznych w teście nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o stabilności układu parametrów obydwu modeli. Analizując kryterium informacyjne SBC oraz biorąc pod uwagę test ilorazu wiarygodności nie można wskazać istotnych różnic pomiędzy dopasowaniem modelu AR(2)-APGARCH(1,1) oraz AR(2)-FIAPGRCH(1,0.72,1) z rozkładem t-Studenta do szeregu empirycznych stóp zwrotu z portfela kontraktów futures na EUA.

¹⁷ Kursy kontraktów terminowych pochodzą z www.quandl.com/collections/futures/ice-eua-futures (dostęp 1.06.2017).

¹⁸Ze względu na obowiązek rozliczenia emisji do końca każdego roku kalendarzowego, największą popularnością wśród uczestników rynku cieszą się kontrakty wygasające w grudniu. Szereg dziennych kursów rozliczeniowych kontraktów futures na EUA (EUR/tCO₂e) otrzymano na zasadzie rolowania kontraktów grudniowych wygasających w latach 2013 – 2017. Por. Chevallier J.: Carbon futures and macroeconomic risk factors: A view from the EU ETS. "Energy Economics", Vol. 31, 2009, pp. 614–625. Następnie wykorzystując dzienne notowania kursu EUR/PLN z rynku Forex wyrażono kurs kontraktów w PLN/tCO₂e.

Tabela 2

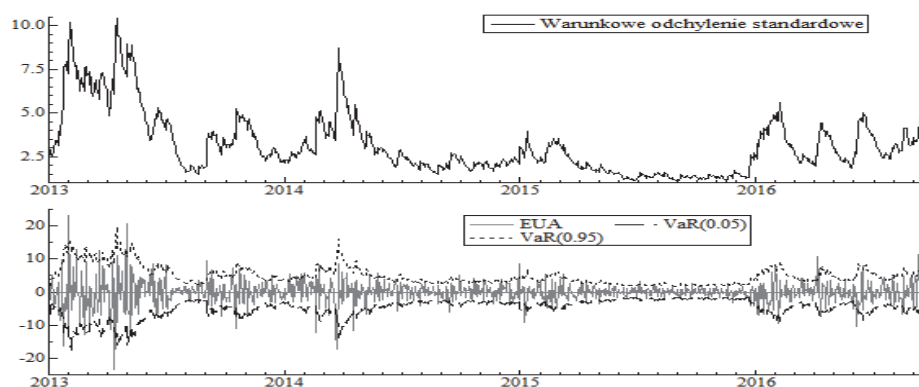
Wyniki estymacji modeli AR(2)-FIAPGARCH(1,d,1) z rozkładem t-Studenta dla portfela kontraktów futures na EUA w okresie 03.01.2013 – 12.09.2016¹⁹

Model	μ	AR(1)	AR(2)	ω	d	ARCH	GARCH	gamma	delta	Student (df)
1	0.0745 [0.141]	-0.052 [0.096]	-0.123 [0.000]	0.0612 [0.089]	-	0.1350 [0.000]	0.8842 [0.000]	0.1119 [0.220]	1.5028 [0.000]	4.7569 [0.000]
2	0.0718 [0.178]	-0.047 [0.137]	-0.123 [0.000]	0.1288 [0.217]	0.7195 [0.000]	0.1178 [0.109]	0.7280 [0.000]	0.1059 [0.254]	1.9472 [0.000]	4.9375 [0.000]
Model	BIC	Q(5)	Q(20)	LM(2)	LM(5)	J-B	Nyblom	SB	NSB	PSB
1	4.8171	5.131 [0.162]	21.003 [0.279]	0.0895 [0.914]	1.3314 [0.249]	213.31 [0.000]	1.4953	0.2881 [0.773]	0.0507 [0.960]	0.4714 [0.637]
2	4.8240	5.024 [0.170]	20.186 [0.322]	0.0436 [0.957]	1.2881 [0.267]	219.13 [0.000]	1.5131	0.5880 [0.557]	0.1012 [0.919]	0.2851 [0.776]

Uwaga: Model 1 to AR(2)-APGARCH(1,1) z rozkładem t-Studenta, model 2 to AR(2)-FIAPGARCH(1,d,1) z rozkładem t-Studenta. 1% wartości krytyczne w teście Nybloma dla obydwu modeli wynoszą odpowiednio 2.82 oraz 3.05.

Źródło: Opracowanie własne.

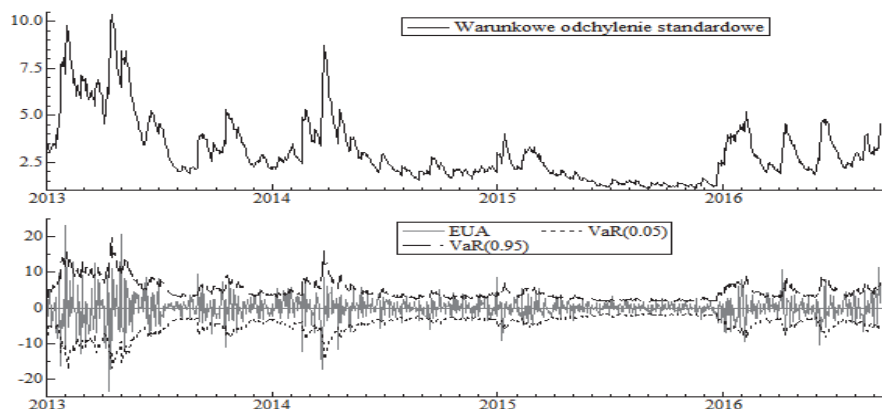
Otrzymane z modeli oszacowania średniej warunkowej oraz warunkowego odchylenia standardowego posłużyły do wyznaczenia wartości zagrożonej portfela w próbie dla pozycji krótkiej i długiej przy przyjętym poziomie tolerancji 0.01, 0.025, 0.05 (por. rys. 1-2).



Rys. 1. Warunkowe odchylenie standardowe (panel górny) oraz oszacowania VaR dla długiej i krótkiej pozycji na rynku uprawnień do emisji CO₂ (panel dolny) dla modelu AR(2)-APGARCH(1,1) z rozkładem Studenta

Źródło: Opracowanie własne.

¹⁹Dokładny opis testów wykorzystanych do weryfikacji modeli można znaleźć m.in. w pracy: Laurent S.: Estimating and Forecasting ARCH Models Using G@RCH™ 7. Timberlake Consultants Ltd, London 2013, pp. 22-55.



Rys. 2. Warunkowe odchylenie standardowe (panel górny) oraz oszacowania VaR dla długiej i krótkiej pozycji na rynku uprawnień do emisji CO₂ (panel dolny) dla modelu AR(2)-FIAPGARCH(1,0.72,1) z rozkładem Studenta

Źródło: Opracowanie własne.

Analizując powyższe wykresy można przypuszczać, że oceny wartości zagrożonej są dobrze dopasowane zarówno dla przedsiębiorstw zajmujących krótką, jak i długą pozycję na rynku kontraktów terminowych wystawionych na uprawnienia do emisji CO₂. Aby potwierdzić to przypuszczenie do oceny jakości oszacowań ryzyka metodą VaR w próbie wykorzystano test Kupca (14) i test Engle'a i Manganelliego (15-16). Obydwie statystyki testowe wyznaczono dla długiej i krótkiej pozycji inwestycyjnej na rynku handlu uprawnieniami do emisji oraz dla każdego badanego poziomu tolerancji (por. Tabele 3-4). Na podstawie wartości statystyki testu Kupca (LR-Kupiec) można wnioskować, iż udział przekroczeń wartości zagrożonej przez zrealizowane stopy zwrotu z portfela kontraktów futures na EUA jest dla wszystkich poziomów tolerancji zgodny z założonym w przypadku modelu AR(2)-APGARCH. Dla modelu AR(2)-FIAPGARCH(1,0.72,1) hipoteza zerowa testu Kupca została odrzucona na poziomie istotności 0.1 tylko w jednym przypadku. Dla pozycji długiej i poziomu tolerancji 0.025 udział przekroczeń VaR w analizowanej próbie jest istotnie wyższy od założonego.

Tabela 3

Ocena jakości oszacowań VaR z modelu AR(2)-APGARCH(1,1) w próbie

α	LR ^k - Kupiec	DQT ^k	ES ^k	ESR ^k	LR ^d - Kupiec	DQT ^d	ES ^d	ESR ^d
0.05	0.0739 [0.786]	3.1157 [0.794]	6.4507	1.3882	0.0005 [0.982]	7.5275 [0.275]	-7.0292	1.5433
0.025	0.0002 [0.988]	5.1386 [0.526]	7.8529	1.2823	0.6241 [0.430]	8.0107 [0.237]	-8.4427	1.4113
0.01	1.5963 [0.206]	1.4881 [0.960]	13.952	1.3642	1.0736 [0.300]	7.5336 [0.274]	-11.406	1.2769

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela 4

Ocena jakości oszacowań VaR z modelu AR(2)-FIAPGARCH(1,0.72,1) w próbie

α	LR ^k - Kupiec	DQT ^k	ES ^k	ESR ^k	LR ^d - Kupiec	DQT ^d	ES ^d	ESR ^d
0.05	0.7211 [0.396]	2.7961 [0.834]	6.3525	1.3705	0.0157 [0.900]	6.6956 [0.350]	-7.2787	1.5555
0.025	0.1539 [0.695]	7.3063 [0.293]	7.6707	1.2767	3.0471 [0.081]	13.073 [0.042]	-8.1771	1.3701
0.01	1.5963 [0.206]	1.4881 [0.960]	13.952	1.4089	1.7569 [0.185]	7.8475 [0.249]	-11.073	1.2792

Źródło: Opracowanie własne.

Podobne konkluzje odnośnie poprawności oszacowań VaR z obydwu modeli zmienności można sformułować na podstawie wyników testu Engle'a i Manganelliego (DQT). Dla modelu AR(2)-APGARCH w ani jednym przypadku nie było podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o występowaniu nieistotnych różnic pomiędzy rzeczywistą liczbą przekroczeń VaR w szeregu stóp zwrotu portfela kontraktów futures na EUA. Ponadto, zaobserwowane w danym momencie przekroczenie VaR nie zależało ani od wielkości wartości zagrożonej, ani od zaobserwowanych wcześniej przekroczeń VaR czy informacji napływających na rynek w pięciodniowym cyklu obrotu giełdowego na ICE Futures Europe. Dla modelu AR(2)-FIAPGARCH(1,0.72,1) hipotezę zerową w teście Engle'a i Manganelliego należy odrzucić na poziomie istotności 0.05 tylko w jednym przypadku, co pokazuje, że tylko dla oszacowań VaR dla pozycji długiej przy poziomie tolerancji 0.025 liczba przekroczeń nie jest zgodna z założoną lub rozkład liczby przekroczeń nie jest równomierny w analizowanej próbie.

Ponadto, zarówno dla oszacowań VaR w próbie, jak i dla prognoz VaR obliczono koherentne miary ryzyka (7) - (8). Analizując wyniki zamieszczone w tabeli 3 można zauważyć, iż w sytuacji gdy stopy zwrotu z portfela kontraktów futures na uprawnienia do emisji CO₂ w kolejnym dniu przekroczą oszacowaną z modelu AR(2)-APGARCH wartość zagrożoną, to w okresie od 03.01.2013 do 12.09.2016 przedsiębiorstwa zajmujące długą pozycję na rynku uprawnień do emisji CO₂ mogły średnio w ciągu dnia stracić 7.0292%, 8.1771% lub 11.073% z prawdopodobieństwem równym odpowiednio 0.05, 0.025 i 0.01. Z kolei przedsiębiorstwa zajmujące krótką pozycję na rynku uprawnień do emisji CO₂ mogły średnio stracić 6.4507%, 7.8529%, 13.952% z prawdopodobieństwem 0.05, 0.025 i 0.01, o ile tylko zaobserwowano przekroczenie VaR w ciągu kolejnego dnia sesyjnego w okresie od 03.01.2013 do 12.09.2016. Oceny względnego oczekiwanego niedoboru (ESR) dla pozycji długiej i krótkiej wskazują, iż dla każdego przyjętego poziomu tolerancji miało miejsce przekroczenie odpowiedniej wartości zagrożonej. Wskaźniki odzwierciedlające całkowitą stratę z portfela kontraktów terminowych na EUA standaryzowaną jej wartością zagrożoną (ESR) dla poziomu tolerancji 0.05 i 0.025 są wyższe dla długiej pozycji inwestycyjnej niż dla krótkiej. Zjawisko to jest charakterystyczne dla rynku uprawnień do emisji CO₂ i związane

jest z nadmierną reakcją rynku na zmiany legislacyjne dotyczące funkcjonowania systemu EU ETS.²⁰

W kolejnym kroku wyznaczano prognozy VaR dla okresu od 13.09.2016 do 07.06.2017 obejmującego próbę testującą. Konstruowano je na podstawie 1 dniowych prognoz wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego generowanych z modeli AR(2)-FIAPGARCH(1,d,1) z rozkładem Studenta, które były ponownie estymowane w dwóch cyklach: po dołączeniu nowej obserwacji z kolejnej sesji giełdowej oraz po upływie kolejnych 50 sesji.²¹ W Tabeli 5 zaprezentowano wyniki testowania wstecznego dla prognoz VaR dla poziomu tolerancji 0.05, 0.025, 0.01, a także wartości oczekiwanego niedoboru i względnego oczekiwanego niedoboru.

Tabela 5

Ocena jakości oszacowań VaR z modelu AR(2)-APGARCH(1,1) poza próbą

Reestymacja modelu co 1 sesję								
α	LR ^k - Kupiec	DQT ^k	ES ^k	ESR ^k	LR ^d - Kupiec	DQT ^d	ES ^d	ESR ^d
0.05	0.0132 [0.908]	7.8682 [0.248]	6.0757	1.3422	0.158 [0.691]	7.0926 [0.312]	-7.1211	1.3498
0.025	0.2958 [0.587]	17.713 [0.007]	8.6640	1.4933	0.9874 [0.320]	26.251 [0.000]	-9.3828	1.3489
0.01	0.1166 [0.733]	0.9347 [0.988]	11.443	1.2971	0.1166 [0.733]	0.1728 [0.998]	-11.447	1.3321
Reestymacja modelu co 50 sesji								
α	LR ^k - Kupiec	DQT ^k	ES ^k	ESR ^k	LR ^d - Kupiec	DQT ^d	ES ^d	ESR ^d
0.05	0.2080 [0.648]	6.4176 [0.378]	5.4718	1.3944	0.0265 [0.871]	8.1428 [0.228]	-6.0849	1.3780
0.025	0.5915 [0.442]	17.456 [0.008]	6.3426	1.3336	0.2176 [0.641]	27.367 [0.000]	-7.2962	1.3475
0.01	0.9756 [0.323]	0.9154 [0.990]	8.1383	1.1842	0.233 [0.629]	0.1767 [0.999]	-11.201	1.4698

Źródło: Opracowanie własne.

W przypadku prognoz VaR hipoteza zerowa testu Kupca o zgodnym i z góry ustalonym udziale przekroczeń wartości zagrożonej w próbie testującej nie została ani razu odrzucona. Natomiast test kwantyli dynamicznych wskazuje na słabą jakość prognoz VaR dla pozycji długiej i krótkiej przy poziomie tolerancji 0.025. Może to być spowodowane nierównomiernością rozkładu przekroczeń prognoz VaR w próbie testującej lub

²⁰ Por. Feng ZH., Wei YM., Wang K.: Estimating risk for carbon market via extreme values theory: An empirical analysis of the EU ETS. "Applied Energy", Vol. 99, 2012, p. 107.

²¹ W artykule zamieszczono wyniki tylko dla modelu AR(2)-APGARCH(1,1), który nieznacznie lepiej wypadł w procesie testowania wstecznego VaR w próbie.

niezgodnością empirycznego udziału liczby przekroczeń prognoz VaR z teoretycznymi założeniami. Rezultat ten można też interpretować w kontekście słabej mocy testu Kupca.²²

Oceniając wartości oczekiwanego niedoboru (ES) oraz relatywnego oczekiwanego niedoboru (ESR) można zauważyć, iż w każdym przypadku miało miejsce przekroczenie prognoz VaR. Oceniając całkowitą stratę z portfela kontraktów terminowych na EUA standaryzowaną jej wartością zagrożoną (ESR) dla poziomu tolerancji 0.05, 0.025 i 0.01 można zauważyć, iż w większości przypadków była ona wyższa dla długiej pozycji inwestycyjnej niż dla krótkiej. Przedsiębiorstwo zajmujące długą pozycję na rynku wtórnym uprawnień do emisji CO₂ mogło średnio stracić od 7.1211% (poziom tolerancji 0.05) do 11.447% (poziom tolerancji 0.01) w skali jednego dnia, gdy model generujący prognozy VaR zawiedzie. Oceny oczekiwanego niedoboru otrzymane przy rzadszej reestymacji parametrów modelu AR(2)-APGARCH(1,1) z rozkładem t-Studenta są niższe, co może wskazywać na wysoką zmienność dziennych cen kontraktów futures wystawionych na uprawnienia do emisji CO₂ i konieczność doboru odpowiednich modeli szacowania miar ryzyka.

5. Podsumowanie

W pracy przedstawiono najważniejsze kwestie dotyczące teorii pomiaru ryzyka cen uprawnień do emisji CO₂ ze szczególnym uwzględnieniem własności jakimi odznaczają się koherentne miary ryzyka. Szczegółowo opisano koherentną miarę ryzyka jaką jest oczekiwany niedobór, a następnie porównano oszacowania ryzyka portfela kontraktów terminowych na uprawnienia do emisji CO₂ dla tej miary i wartości zagrożonej. Oceny względnego oczekiwanego niedoboru dla pozycji długiej i krótkiej zajmowanej na rynku handlu uprawnieniami do emisji CO₂ wskazują, iż dla każdego przyjętego poziomu tolerancji miało miejsce przekroczenie odpowiedniej wartości zagrożonej, co stanowi ważny sygnał ostrzegawczy dla przedsiębiorstw uczestniczących w handlu uprawnieniami do emisji CO₂ o niewystarczającym zabezpieczeniu ich pozycji inwestycyjnych w okresie wzmożonej zmienności cen uprawnień do emisji CO₂.

Podsumowując przedstawione na początku pracy różne aspekty dotyczące pomiaru ryzyka cen uprawnień do emisji CO₂ w procesie zarządzania ryzykiem w przedsiębiorstwach objętych systemem EU ETS oraz wyniki przeprowadzonych badań empirycznych warto zwrócić uwagę na dobór odpowiedniego modelu pomiaru ryzyka. Dobra miara ryzyka cen uprawnień do emisji CO₂ powinna charakteryzować się własnościami umożliwiającymi uwzględnienie w procesie pomiaru ryzyka następujących jego właściwości: międzyokresowej

²² Por. Piontek K.: Przegląd i porównanie metod oceny modeli VaR, [w:] Chrzan P. (red.): Matematyczne i ekonometryczne metody oceny ryzyka finansowego. Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 2007, s.113-115.

zależności, nieliniowości, korelacji i dywersyfikacji pomiędzy różnymi źródłami ryzyka. Warunki te spełniają przedstawione w pracy koherentne miary ryzyka szacowane na podstawie odpowiednio dobranych modeli zmienności klasy AR(m)-FIAPGARCH(p,d,q), które można również rozszerzyć do wersji wielowymiarowej.

Bibliografia

1. Acerbi C., Tasche D.: Expected Shortfall: a natural coherent alternative to Value at Risk. 2011. www-m4.ma.tum.de/pers/taasche/wilmott.pdf
2. Artzner P., Delbaen F., Eber J.-M., Heath D.: Coherent Measures of Risk. "Mathematical Finance", Vol. 9, No. 3, 1999, pp. 203–228.
3. Bartnik R., Bartnik B.: Model matematyczny z czasem ciągłym poszukiwania optymalnej strategii inwestycyjnej w energetyce. „Energetyka”, nr 1, 2015.
4. Buszkowska E.: O fundamentach pomiaru ryzyka. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, nr 854, s. Finanse, Rynki finansowe, Ubezpieczenia, nr 73, 2015, s. 373–384.
5. Chevallier J.: Carbon futures and macroeconomic risk factors: A view from the EU ETS. "Energy Economics", Vol. 31, 2009, pp. 614–625.
6. Conrad C., Rittler D., Rotfuß W.: Modeling and explaining the dynamics of European Union Allowance process at high-frequency. "Energy Economics", Vol. 34, 2012, pp. 316-326.
7. Czarnecki P.: Zarządzanie ryzykiem cen uprawnień do emisji dwutlenku węgla. „Rynek Energii”, nr 5, 2007.
8. Doman M., Doman R.: Modelowanie zmienności i ryzyka. Metody ekonometrii finansowej. Wolters Kluwer Polska, Kraków 2009.
9. Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady 2009/29/WE z dnia 23 kwietnia 2009 r. zmieniająca dyrektywę 2003/87/WE w celu usprawnienia i rozszerzenia wspólnotowego systemu handlu uprawnieniami do emisji gazów cieplarnianych. Dziennik Urzędowy Unii Europejskiej, L 140/63.
10. European Commission's Proposal for a Directive of the European Parliament and of the Council amending Directive 2003/87/EC to enhance cost-effective emission reduction and low-carbon investments of 15 July 2015, 2015/148 (COD), www.ec.europa.eu/transparency/regdoc/rep/1/2015/EN/1-2015-337-EN-F1-1.PDF
11. Feng ZH., Wei YM., Wang K.: Estimating risk for carbon market via extreme values theory: An empirical analysis of the EU ETS. "Applied Energy", Vol. 99, 2012, pp. 97-108.

12. Jonek-Kowalska I.: Środowiskowe i społeczne aspekty ryzyka prowadzenia działalności gospodarczej w perspektywie cyklu życia kopalni węgla kamiennego, [w:] Skrodzka W. (red.): Zmiany w organizacjach w warunkach niepewności. Sekcja Wydawnictw Wydziału Zarządzania Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2013, s. 67-78.
13. Jorion P.: Value- at- Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk. McGraw-Hill, New York 2000.
14. Keppler J.H., Mansanet-Bataller M.: Causality between CO₂, electricity, and other energy variables during phase I and phase II of the EU ETS. "Energy Policy", Vol. 38, 2010, pp. 3329-3341.
15. Laurent S.: Estimating and Forecasting ARCH Models Using G@RCH™ 7. Timberlake Consultants Ltd, London 2013.
16. Lutz B.J., Pigorsch U., Rotfuß W.: Nonlinearity in cap-and-trade systems: The EUA price and its fundamentals. "Energy Economics", Vol. 40, 2013, pp. 222-232.
17. Piontek K.: Przegląd i porównanie metod oceny modeli VaR, [w:] Chrzan P. (red.): Matematyczne i ekonometryczne metody oceny ryzyka finansowego. Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 2007, s. 113-124.
18. Trzpiot G.: Optymalizacja portfela z wykorzystaniem koherentnych transformujących miar ryzyka. „Studia Ekonomiczne”, nr 208, 2014, s. 74-85.
19. Urbanowska-Sojkin E.: Ryzyko w wyborach strategicznych w przedsiębiorstwach. PWE, Warszawa 2013.