

## ROZMYTY SYSTEM WSPOMAGANIA DECYZJI NA PRZYKŁADZIE PRÓBY OBRONY RZUTÓW KARNYCH

Arkadiusz BANASIK<sup>1</sup>, Joanna KRAKOWCZYK<sup>2</sup> and Marcin LAWNIK<sup>3\*</sup>

<sup>1</sup> Wydział Matematyki Stosowanej, Politechnika Śląska, Gliwice; arkadiusz.banasik@polsl.pl

<sup>2</sup> COIG S.A.; asiakrakowczyk@gmail.com

<sup>3\*</sup> Wydział Matematyki Stosowanej, Politechnika Śląska, Gliwice; : marcin.lawnik@polsl.pl

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono system wspomaganie decyzji pomagający bramkarzowi w obronie rzutu karnego. Wykorzystuje on zbiory rozmyte i podejście Bellmana-Zadeha do podejmowania decyzji. Zaproponowane rozwiązanie zostało zaimplementowane w postaci aplikacji webowej, która może zostać wykorzystana również w pokrewnych zagadnieniach dotyczących innych sportów zespołowych. Działanie aplikacji jak i realizacja algorytmu zostały przedstawione na przykładzie numerycznym.

**Słowa kluczowe:** zbiory rozmyte, system wspomaganie decyzji, rzuty karne.

## FUZZY DECISION SUPPORT SYSTEM BASED ON DEFENCE OF PENALTY KICKS

**Abstract:** This article presents decision support system helping the goalkeeper in defending the penalty kicks. It is based on fuzzy sets and Bellman-Zadeh's approach in decision making. The proposed solution was implemented in web application, which can be used in similar approaches in team sports. The application and realization of the algorithm was shown on numerical example.

**Keywords:** fuzzy sets, decision support system, penalty kicks.

### 1. Wprowadzanie

Jak wiadomo solą piłki nożnej jest zdobywanie bramek. To one stanowią o popularności. Każda liga i turniej charakteryzuje się koniecznością strzelenia odpowiedniej ilości bramek, większej niż ta, którą strzeli przeciwnik. Bramki zdobywane są przez zawodników, generalnie

rzecz ujmując, z akcji rozgrywanej na boisku lub ze stałego fragmentu gry – rzut wolny, rzut różny czy rzut karny. Analiza bramek zdobywanych z akcji jest procesem bardzo złożonym, dlatego też niniejszy artykuł koncentruje się na bramkach zdobytych ze stałych fragmentów gry.

Analiza raportów technicznych FIFA (FIFA Technical Report 2014 (FIFA, 2014) i 2010 (FIFA, 2010)) z Mistrzostw Świata pokazała, iż bramki zdobywane ze stałych fragmentów gry stanowią ważną składową wszystkich bramek zdobytych na Mistrzostwach Świata, co obrazuje poniższa tabela:

**Tabela 1.**  
*Ilość bramek zdobywanych w mistrzostwach świata*

	<b>2014</b>	<b>2010</b>
<b>Bramki ogółem</b>	171	145
Bramki ze stałych fragmentów gry	38	35
Bramki z rzutów karnych	12	9

Zródło: Opracowanie własne na podstawie FIFA Technical Report.

Interesujące wydaje się być zagadnienie strzelania i obrony rzutów karnych, których analiza nie była przeprowadzana w ramach statystyk FIFA, jak również analiza bramek poszczególnych klas rozgrywkowych w danym kraju. Podstawą analizy i prezentacji podejścia naukowego będzie reakcja bramkarza na sposób strzelania rzutów karnych przez wykonującego zawodnika. Kluczowymi kwestiami przy strzelaniu rzutów karnych są:

- Noga, która strzela zawodnik – determinuje część bramki (lewą lub prawą) w zależności od używanej nogi;
- Siła strzału – determinuje trudność chwytu przy odpowiednim uderzeniu;
- Precyzja strzału – techniczne umiejętności zawodnika, które pozwalają na kontrolowanie miejsca, do którego zmierza piłka po oddaniu strzału;
- Odporność psychiczna – umiejętność odizolowania się od presji środowiska zewnętrznego (np. presja kibiców, waga meczu, itp.).

W literaturze zagadnienie analizy i wspomaganie decyzji przy obronie rzutów karnych nie jest zagadnieniem nowym. Problematykę tę podejmują m.in. następujące publikacje (Noël et al., 2015; Noël et al., 2014; Lopes et al., 2008; Yang and Li, 2016) koncentrując się m.in. na analizie teorii umysłu (Yang and Li, 2016).

W opisanym problemie z technicznego punktu widzenia nie zawsze możliwe jest wykorzystanie dokładnego modelowania. W takich okolicznościach zamiast technik wymagających dokładnych danych i modeli, lepszym rozwiązaniem jest użycie zbiorów rozmytych i logiki rozmytej, jako podstawowego narzędzia pozwalającego na wspomaganie podejmowania decyzji (Kapczyński et al., 2006; Banasik, 2011). Rozmyte systemy wspomaganie decyzji funkcjonują już od lat 70-tych XX wieku, kiedy to Bellman i Zadeh opracowali podwaliny podejmowania decyzji w warunkach niepewności (Bellman and Zadeh, 1970). Od tamtego czasu zbiory rozmyte i oparte o nich np. Z-liczby są powszechnie

wykorzystywane w podejmowaniu decyzji (Krakowczyk and Lawnik, 2017; Banasik, 2012; Grychowski, 2008; Trzaskalik, 2014).

W artykule przedstawiono zastosowanie zbiorów rozmytych do obrony rzutu karnego przez bramkarza. Artykuł ten składa się z następujących sekcji: Wstępu, Podstaw matematycznych, Algorytmu, Systemu, Wniosków i Spisu literatury.

## 2. Podstawy matematyczne

Zbiorem rozmytym  $A$  w przestrzeni  $X$  (Zadeh, 1965) nazywamy parę  $(x, \mu(x))$ , gdzie  $x \in X$ , a  $\mu(x): X \rightarrow [0,1]$  jest tzw. funkcją przynależności, która określa stopień przynależności elementu  $x$  do zbioru  $A$ .

Jedną z najczęściej stosowanych funkcji przynależności jest trójkątna funkcja przynależności dana wzorem

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b < x \leq c \\ 0, & x > c \end{cases}, \quad (1)$$

gdzie  $a, b, c \in R$  są parametrami zachowującymi zależność  $a < b < c$ . Trójkątną funkcję przynależności można oznaczać przez trojkę liczb  $(a, b, c)$ .

Iloczynem zbiorów (częścią wspólną) rozmytych  $A$  i  $B$  nazywamy zbiór  $C = A \cap B$ , którego funkcja przynależności jest określoną zależnością:

$$\mu_C(x) = \min_{x \in X}(\mu_A(x), \mu_B(x)), \quad (2)$$

gdzie  $\mu_A(x)$  i  $\mu_B(x)$  oznaczają kolejno funkcję przynależności zbioru  $A$  i  $B$ .

Zbiór rozmyty można przekształcić na wartość rzeczywistą  $\bar{x}$  poprzez tzw. defuzyfikację (wyostrzenie). Jedną z takich metod jest metoda środka ciężkości, która dana jest wzorem (Rutkowski, 2006):

$$\bar{x} = \frac{\int x\mu(x)dx}{\int \mu(x)dx} \quad (3)$$

Podejmując decyzję w środowisku rozmytym, można postępować zgodnie z metodą podaną w (Bellman and Zadeh, 1970) przez Bellmana i Zadeha:

jeśli w danym wariancie decyzyjnym jest  $n$  kryteriów z czego  $p$  to ograniczenia rozmyte

$O_j (j = 1, \dots, p)$  i  $n - p$  to cele rozmyte  $C_j (j = p + 1, \dots, n)$ , to decyzja rozmyta  $D$  spełnia zależność:

$$D = O_1 \cap \dots \cap O_p \cap C_{p+1} \cap \dots \cap C_n, \quad (4)$$

gdzie  $\cap$  oznacza część wspólną zbiorów rozmytych. Końcowa wartość  $x^* \in X$  decyzji rozmytej spełnia zależności:

$$\mu_D(x) = \min_{x \in X} (\mu_{O_1}(x), \dots, \mu_{O_p}(x), \mu_{C_{p+1}}(x), \dots, \mu_{C_n}(x)), \quad (5)$$

$$x^* = \max_{x \in X} (\mu_D(x)), \quad (6)$$

### 3. Algorytm

Wspomaganie decyzji bramkarza przy obronie rzutu karnego może być zrealizowane za pomocą poniższych kroków:

1. Bramka zostaje podzielona na 9 części (3 poziomy: dolny, środkowy i górny; 3 pionowe: lewy, środkowy, prawy).
2. Dla każdej części bramki w zadanych kryteriach podane zostają wartości liczbowe w postaci rozmytej liczby trójkątnej (w zakresie 0-99) postaci (1).
3. Dla każdej części bramki obliczana jest decyzja rozmyta wykorzystując podejście Bellmana-Zadeha (4)-(6).
4. Część bramki o największej wartości po defuzyfikacji danej wzorem (3) jest najlepszą opcją wyboru części bramki do obrony.

Powyższy algorytm dotyczy co prawda obrony rzutów karnych ale może być również zastosowany do wyboru fragmentu bramki przez strzelca. Ponadto rozwiązanie to jest na tyle uniwersalne, że może być także wykorzystane w innych sportach zespołowych, gdzie występują rzuty karne, jak np. piłka ręczna czy rzuty wolne.

### 4. System

Aplikacja webowa BramkarzR jest implementacją przedstawionego algorytmu. Jej interfejs stworzono stosując technologie webowe takie jak HTML5 i CSS3. Z kolei jej funkcjonalność została napisana w języku JavaScript w oparciu o model DOM z wykorzystaniem bibliotek jQuery i Plotly.js.

Punkty algorytmu z poprzedniego rozdziału zostały zrealizowane za pomocą zależności przedstawionymi w części Podstawy matematyczne.

BramkarzR jest na tyle uniwersalną aplikacją, że może być również wykorzystana w innych pokrewnych dziedzinach, jak np. wykonanie rzutu wolnego w piłce nożnej czy wykonanie rzutu karnego w piłce ręcznej.

Aplikacja jest dostępna pod adresem <http://mobius.ms.polsl.pl/marcin.lawnik/BramkarzR/>

Lewy górny róg	Środkowa górna część	Prawy górny róg
<p>Kryteria oceny</p> <p>1: 60 70 80</p> <p>2: 50 70 80</p> <p>3: 40 70 80</p> <p>Pokaż rysunek</p>	<p>Kryteria oceny</p> <p>1: 40 50 60</p> <p>2: 50 70 80</p> <p>3: 40 70 80</p> <p>Pokaż rysunek</p>	<p>Kryteria oceny</p> <p>1: 50 60 70</p> <p>2: 40 50 60</p> <p>3: 40 70 80</p> <p>Pokaż rysunek</p>
Lewa środkowa część	Środek	Prawa środkowa część
<p>Kryteria oceny</p> <p>1: 50 60 70</p> <p>2: 50 60 70</p> <p>3: 40 70 80</p> <p>Pokaż rysunek</p>	<p>Kryteria oceny</p> <p>1: 50 70 80</p> <p>2: 40 50 60</p> <p>3: 40 70 80</p> <p>Pokaż rysunek</p>	<p>Kryteria oceny</p> <p>1: 50 60 70</p> <p>2: 30 40 50</p> <p>3: 40 70 80</p> <p>Pokaż rysunek</p>
Lewy dolny róg	Środkowa dolna część	Prawy dolny róg
<p>Kryteria oceny</p> <p>1: 60 70 80</p> <p>2: 50 60 70</p> <p>3: 40 70 80</p> <p>Pokaż rysunek</p>	<p>Kryteria oceny</p> <p>1: 30 40 50</p> <p>2: 40 50 60</p> <p>3: 40 70 80</p> <p>Pokaż rysunek</p>	<p>Kryteria oceny</p> <p>1: 40 50 60</p> <p>2: 20 30 40</p> <p>3: 40 70 80</p> <p>Pokaż rysunek</p>

**Rysunek 1.** Zrzut z ekranu z aplikacji BramkarzR przedstawiający wartości liczbowe trójkątnych liczb rozmytych w zadanych kryteriach (odpowiednio siła strzału, precyzja strzału i odporność psychiczna).

## 5. Przykład

Zastosowanie praktyczne zaprezentowane zostanie w oparciu o następujące założenia:

Analiza obejmuje zawodnika prawonożnego (P) i lewnożnego (L) – noga prawa preferuje lewą część bramki, noga lewa preferuje prawą część bramki;

Cechą charakterystyczną strzelania karnych jest też preferencja dotycząca strzelania po ziemi (Z) czy też górnych piłek (G).

Wartości numeryczne dla przykładowego piłkarza prawonożnego preferującego strzelanie górnych piłek (PG) dla poszczególnych fragmentów bramki przedstawia Rysunek 1. Przyjęte

kryteria to kolejno siła strzału, precyzja strzału (obydwa dotyczą strzelającego) i odporność psychiczna (dotyczy bramkarza).

W wyniku działania aplikacji BramkarzR otrzymano wyniki, które są zamieszczone na Rysunku 2. Wynika z nich jasno, że bramkarz powinien wybrać lewą stronę bramki. Otrzymane wartości nieznacznie preferują górną część bramki. Zatem bramkarz aby zmaksymalizować szansę na obronę rzutu karnego powinien wybrać lewą górną część bramki.

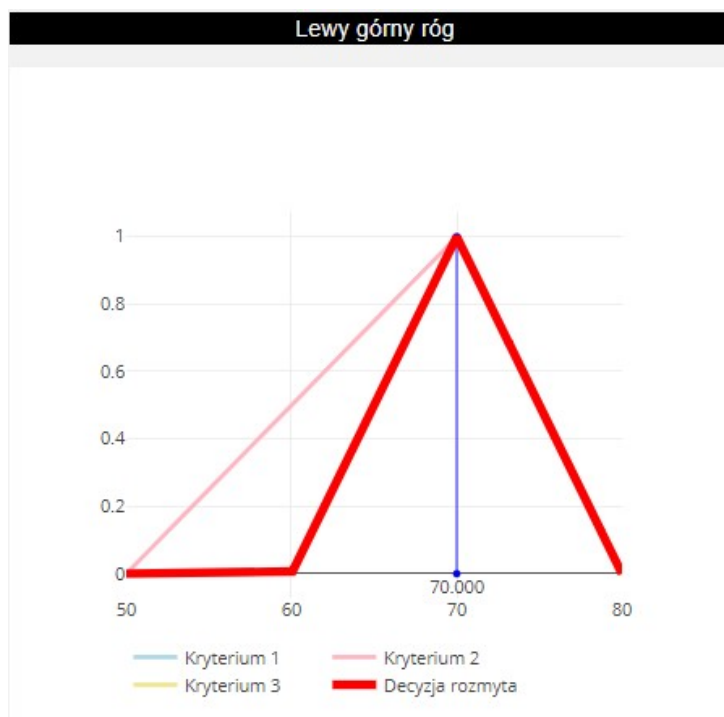
W aplikacji BramkarzR dostępne są również wizualizacje graficzne poszczególnych części bramki. Wykresy dla lewej górnej części bramki przedstawia Rysunek 3.

70.000	56.667	55.000
62.500	56.667	0.000
65.000	47.500	0.000

**Rysunek 2.** Zrzut z ekranu z aplikacji BramkarzR przedstawiający końcowe wartości decyzji rozmytej dla poszczególnych części bramki. Kolorem czerwonym zaznaczono najlepszą opcję wyboru części bramki do obrony przy rzucie karnym.

## 6. Wnioski

W artykule przedstawiono system wspomaganie decyzji pomagający bramkarzowi w obronie rzutów karnych. Zaproponowane podejście zakłada wykorzystanie zbiorów rozmytych i zasady Bellmana-Zadeha do podejmowania decyzji. W celu prezentacji opisanego rozwiązania stworzona została aplikacja webowa. Sam algorytm jak i aplikacja mogą być używane w innych zagadnieniach pokrewnych dotyczących wykonania/obrony stałych fragmentów gry w sportach zespołowych. Ponadto działanie algorytmu zostało zobrazowane przykładem numerycznym dotyczącym obrony rzutu karnego.



**Rysunek 3.** Zrzut z ekranu z aplikacji BramkarzR przedstawiający wizualizację najlepszej decyzji (lewy górny róg) z zaznaczonymi wykresami kryteriów i decyzji rozmytej. Kolorem ciemnoniebieskim zaznaczono końcową wartość w podanej części bramki.

## Bibliografia

1. Banasik, A. (2011). Innowacyjne podejście do analizy danych na przykładzie systemu wspomaganie decyzji dla inwestora. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. Organizacja Zarządzanie*, (57), 7-15.  
Retrieved from: <http://organizacjaizarządzanie.blogspot.com/2013/04/zeszyt-57.html>
2. Banasik, A. (2012). Teoria możliwości jako narzędzie wspomaganie decyzji inwestycyjnych. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. Organizacja Zarządzanie*, 61, 7-14, Retrieved from: <http://www.woiz.polsl.pl/znwoiz/z61/BanasikA.pdf>
3. Bellman, R.E., Zadeh, L.A. (1970). Decision-Making in a Fuzzy Environment. *Management Science*, 17(4), 141-164, <https://doi.org/10.1287/mnsc.17.4.B141>.
4. Grychowski, T. (2008). Hazard assessment based on fuzzy logic. *Archives of Mining Science*, 53(4), 595-602, Retrieved from:  
[http://archiwum.img-pan.krakow.pl/index.php/AMS/article/view/562/pdf\\_27](http://archiwum.img-pan.krakow.pl/index.php/AMS/article/view/562/pdf_27)
5. Kapczyński, A., Psurek, K., Żurek, T. (2006). Wspomaganie podejmowania decyzji z wykorzystaniem systemów ekspertowych z wnioskowaniem przybliżonym. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. Organizacja Zarządzanie*, (35), s. 71.

6. Krakowczyk, J., Lawnik, M. (2017). Wykorzystanie Z-liczb we wspomaganiu podejmowania decyzji. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. Organizacja Zarządzanie*, 113, s. 195-205.
7. Lopes, J.E., Araújo, D., Peres, R., Davids, K., Barreiros, J. (2008). The Dynamics of Decision Making in Penalty Kick Situations in Association Football. *The Open Sports Sciences Journal*, 1, 24-30.
8. Noël, B., van der Kamp, J., Memmert, D. (2015). Implicit Goalkeeper Influences on Goal Side Selection in Representative Penalty Kicking Tasks. *PLOS ONE* 10(8): e0135423. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0135423>
9. Noël, B., Furley, P., van der Kamp, J., Dicks, M., Memmert, D. (2014). The development of a method for identifying penalty kick strategies in association football. *Journal of Sports Sciences*, 33(1), 1-10. doi: 10.1080/02640414.2014.926383.
10. Yang, Z. Li, J. (2016). Study on Decision-making of Penalty-kick Direction from the Perspective of Mind Theory. *China Sport Science and Technology*. Retrived from: [http://en.cnki.com.cn/Article\\_en/CJFDTOTAL-ZGTY201604014.htm](http://en.cnki.com.cn/Article_en/CJFDTOTAL-ZGTY201604014.htm)
11. Rutkowski, L. (2006). *Metody i techniki sztucznej inteligencji*. Warszawa: PWN.
12. Trzaskalik, T. (2014). Wielokryterialne wspomaganie decyzji. Przegląd metod i zastosowań. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. Organizacja Zarządzanie*, 74, 239-263. Retrived from: [http://www.woiz.polsl.pl/znwoiz/z74/2\\_11\\_Trzaskalik\\_T\\_po\\_recenzji\\_final.pdf](http://www.woiz.polsl.pl/znwoiz/z74/2_11_Trzaskalik_T_po_recenzji_final.pdf)
13. Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3), 338-353. doi: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X
14. FIFA Technical Report 2014, Retrived from: [https://resources.fifa.com/mm/document/footballdevelopment/technicalsupport/02/42/15/40/2014fwc\\_tsg\\_report\\_15082014web\\_neutral.pdf](https://resources.fifa.com/mm/document/footballdevelopment/technicalsupport/02/42/15/40/2014fwc_tsg_report_15082014web_neutral.pdf)
15. FIFA Technical Report 2010, Retrived from: [https://resources.fifa.com/mm/document/affederation/technicaldevp/01/29/30/95/reportwm2010\\_web.pdf](https://resources.fifa.com/mm/document/affederation/technicaldevp/01/29/30/95/reportwm2010_web.pdf)